ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 22 OCTOBRE 1934.

PRÉSIDENCE DE M. ÉMILE BOREL.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Président** annonce à l'Académie le décès de M. **François Gonnessiat**, Correspondant pour la Section d'Astronomie, survenu le 18 octobre, et celui de M. **Santiago Ramon y Cajal**, Correspondant pour la Section d'Anatomie et Zoologie.

Notice sur M. F. Gonnessiat, *Correspondant pour la Section d'Astronomie*, par M. **Ernest Esclangon**.

La mort de M. F. Gonnessiat, Correspondant de l'Académie pour la Section d'Astronomie, depuis le 10 juillet 1916, directeur honoraire de l'Observatoire d'Alger, survenue le 18 octobre dernier, constitue une grande perte pour l'Astronomie française, notamment pour l'Astronomie de position dont il était un des plus éminents représentants.

Admis à la retraite, M. Gonnessiat avait quitté l'Observatoire d'Alger en juillet 1931, après une féconde et très longue carrière astronomique. Jusqu'à sa mort, et malgré l'état peu satisfaisant de sa santé, son activité était restée entière, se dépensant sans trêve dans des travaux astronomiques de tout ordre, suivant avec une constante attention le développement des recherches qui se poursuivaient dans tous les observatoires et sur les questions qu'il affectionnait particulièrement : observations méridiennes, éphémérides, carte du ciel, perfectionnements des instruments et de la technique, etc.

Né à Mornay, dans l'Ain, en 1856, il avait fait son entrée dans la carrière

astronomique, comme stagiaire, en 1878, à l'Observatoire de Lyon, où il devint successivement aide-astronome en 1885, puis astronome adjoint en 1893; il y demeura jusqu'en 1900, époque à laquelle il fut chargé de mission en Équateur et directeur de l'Observatoire de Quito jusqu'en 1906. Il se révéla dans cette fonction organisateur habile et avisé. Il créa un service complet de Physique du Globe, comprenant en dehors des observations habituelles de météorologie, de séismologie, de magnétisme terrestre, un service d'actinométrie en vue des mesures de l'intensité du rayonnement solaire. Il collabora étroitement à la mesure d'un arc de méridien avec la Mission de l'Équateur et dut organiser entièrement à cet effet l'Observatoire astronomique.

En 1906, il est nommé astronome adjoint à l'Observatoire de Paris. En 1908, il devient directeur de l'Observatoire d'Alger qu'il organise et oriente dans une voie féconde en s'entourant de collaborateurs éclairés, formés à la lumière de son exemple et de ses hautes qualités professionnelles d'astronome habile, méticuleux jusqu'à l'excès.

F. Gonnessiat a été un observateur imcomparable en même temps qu'acharné, pourrait-on dire. A Lyon, il a accumulé plus de 60000 observations au cercle méridien d'Eichens; le fruit de ce travail a été l'élaboration de plusieurs catalogues de haute valeur.

Nous ne saurions énumérer ici tous les travaux poursuivis avec une inlassable persévérance par F. Gonnessiat : catalogue d'étoiles zodiacales; catalogue de circompolaires, d'étoiles fondamentales, variation des latitudes, observations méridiennes du Soleil, observation du passage de Vénus en 1882, observations de comètes, d'éclipses de Lune, travaux de la Carte du Ciel, collaboration aux observations des longitudes mondiales, calculs d'éphémérides, etc.

Au génie de l'observation et de la précision astronomique instrumentale qui, dans ce domaine, en faisait un chef d'école, Gonnessiat possédait un sens critique profond et des plus sûrs, qualité si nécessaire dans l'élaboration des programmes de grands travaux astronomiques et dans la discussion des résultats auxquels ils conduisent.

Avec Gonnessiat disparaît une grande figure de l'Astronomie de position, science qu'il y aurait danger à perdre de vue au moment où l'Astrophysique attire, plus spécialement, et à juste titre d'ailleurs, l'attention d'un grand nombre d'astronomes.

Notice sur M. SANTIAGO RAMON Y CAJAL, *Correspondant pour la Section d'Anatomie et Zoologie*, par M. **MAURICE CAULLERY**.

M. Santiago Ramon y Cajal, Correspondant pour la Section d'Anatomie et Zoologie, depuis le 26 juin 1916, décédé à Madrid il y a quelques jours, était né à Petilla en Navarre le 1er mai 1852. Tout d'abord médecin militaire, il avait fait partie, en 1874, d'un corps expéditionnaire à Cuba, d'où, gravement atteint par le paludisme, il avait été contraint de rentrer en Espagne et de quitter l'armée. Il fut alors successivement aide d'anatomie et professeur aux universités de Saragosse (1879), Valence (1883), Barcelone (1887) et enfin Madrid (1892), où il occupait la chaire d'Histologie et Anatomie pathologique. Depuis 1901 il dirigeait en outre l'Institut national d'hygiène, équivalent de notre Institut Pasteur.

Ramon y Cajal s'est illustré par ses recherches sur la structure du système nerveux. Elles ont ouvert, dans ce domaine, une époque nouvelle et réalisé un progrès capital. A partir de 1888, il s'était attaché à perfectionner la technique précédemment imaginée par Golgi et qui consiste à imprégner d'un précipité argentique, dans les centres nerveux, un certain nombre d'éléments isolés, à l'exclusion des autres. Cela permet ainsi de déchiffrer des rapports autrement inextricables. Appliquant avec une grande habileté et perfectionnant cette méthode, sur des animaux très variés, surtout pendant le développement postembryonnaire, explorant par elle toutes les parties du système nerveux (cerveau, cervelet, moelle épinière, ganglions spinaux et du grand sympathique, appareil olfactif et visuel, organes sensoriels), Cajal a établi, de manière indiscutable et générale, que les cellules composant les centres nerveux, restent des unités distinctes, des centres élémentaires, sans aucune *continuité* les uns avec les autres, au lieu de réaliser un *réseau continu* comme on l'avait cru jusque-là et comme l'admettait, en particulier, Golgi. Il a définitivement mis en évidence la structure générale et les formes particulières très diverses et compliquées des cellules nerveuses, dont les prolongements cytoplasmiques et le cylindre axe (avec ses ramifications collatérales) servent les uns et les autres à la conduction de l'influx nerveux. La propagation se fait d'une cellule à l'autre par *contact*, aux extrémités de ces prolongements divers.

Dès 1894, la généralité de cette constitution du système nerveux et les particularités de structure des divers centres, exposées dans un ouvrage

d'ensemble et dans une *Croonian-Lecture* à la Société Royale de Londres, étaient vérifiées et admises par la plupart des histologistes. Elles ont été symbolisées par le terme de *neurone*, désignant la cellule nerveuse, telle que Cajal l'avait révélée, terme créé par Waldeyer et universellement adopté, comme la conception qu'il traduit. Les mérites de Cajal ont été, dès cette époque, reconnus de la façon la plus éclatante par de nombreuses sociétés savantes d'Europe et d'Amérique, consacrés finalement en 1906 par un prix Nobel partagé avec Golgi. On peut résumer l'œuvre de Cajal, à cette première période, en disant qu'il nous a fait connaître l'*architecture* du système nerveux.

Cajal a fait faire ultérieurement un autre progrès décisif à l'histologie de ce système, en mettant en évidence, par des préparations d'une netteté et d'une beauté admirables, dans toute l'étendue des neurones, à l'aide d'une technique spéciale inspirée des opérations de développement de la plaque photographique, un système de *fibrilles*. Ces neuro-fibrilles forment un système propre à chaque neurone et non un système général continu, comme l'a soutenu l'histologiste hongrois Apathy, qui l'avait de son côté décelé par d'autres procédés, chez les Hirudinées.

Ce qui précède suffit à marquer l'importance et l'ampleur de l'œuvre scientifique de Ramon y Cajal. Il l'a poursuivie avec une ardeur, une ténacité et un esprit de désintéressement admirables. Esprit tout à la fois enthousiaste et inquiet, il déplorait, depuis d'assez nombreuses années, de sentir sa santé s'altérer, ses forces décroître, et par suite son activité scientifique se ralentir. J'ai eu moi-même l'occasion de l'entendre, en 1919, en manifester beaucoup de tristesse. Le mérite de ses importantes découvertes lui revient d'autant mieux qu'il les a faites sans le secours ni la suggestion d'aucun maître; par contre, par son exemple et son prosélytisme, il a créé, en Espagne, une école nombreuse et active de chercheurs, qui a développé et continué son œuvre. Celle-ci, d'ailleurs, a eu pour continuateurs de nombreux et éminents histologistes en tous pays, après avoir reçu d'eux d'éclatantes confirmations.

En dehors de nombreux mémoires spéciaux, dont une partie a été publiée en français, on doit à Cajal, sur la structure du système nerveux, plusieurs ouvrages d'ensemble, qui ont été traduits en diverses langues, et deux très intéressants volumes d'autobiographie (*Recuerdos de mi vida*, 1901-1917), où il retrace la genèse et les circonstances de ses découvertes. Ramon y Cajal restera comme une des belles figures scientifiques de sa génération.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur l'Intégration logique des équations de la Dynamique, à deux variables : Forces centrales.* Note de M. **Jules Drach.**

A. Les types de problèmes de Dynamique, même à deux variables, que l'on ramène actuellement aux quadratures sont en très petit nombre; leur connaissance remonte aux recherches classiques de Lagrange et de Jacobi. Je me suis proposé ici, comme application de ma théorie d'Intégration, de rechercher dans le mouvement d'un point sous l'action d'une *force centrale*, les cas où l'intégration s'achève par quadratures *quelle que soit la constante des aires*. C'est aussi la détermination de la *trajectoire* d'un point sous l'action d'une force parallèle à l'axe des y, quelle que soit la valeur constante de la vitesse dx/dt. Il s'agit, analytiquement, de la réduction aux quadratures de l'équation du second ordre

$$(1) \qquad \frac{d^2 y}{dx^2} = h\,F(x, y)$$

avec un paramètre h, c'est-à-dire de la détermination de F pour que cela soit possible. J'ai traité antérieurement le même problème quand on fixe h; il est d'ailleurs beaucoup plus difficile [1].

Les cas les plus simples sont ceux où l'équation (1) admet une intégrale première : $\varphi = \varphi(x, y, y', h)$ *rationnelle en* y' *et en* h, la seconde intégrale étant donnée par la quadrature

$$d\psi = \frac{dy - y'\,dx}{\dfrac{\partial\varphi}{\partial y'}}.$$

Des circonstances très diverses peuvent se présenter : F peut dépendre d'une fonction arbitraire d'un argument (*caractéristique* indépendante de h) ou seulement de constantes, en nombre quelconque ou en nombre fixé. Voici quelques exemples, en dehors des cas immédiats, avec la méthode qui m'a permis de les traiter complètement.

B. Si l'intégrale première est un polynome de degré n en h, elle est de degré $2n$ en y'. Pour $n = 1$ on peut prendre

$$\varphi = A_0 + a(x, y)h \qquad \text{avec} \qquad A_0 = f_2(y', xy' - y) = \xi_0 y'^2 + \xi_1 y' + \xi_2,$$

(1) Cf. par exemple *Comptes rendus*, **195**, 1932, p. 1337.

où f_2 est un polynome du second degré en y' et $xy'-y$; on a ensuite

$$a=\Phi(\theta) \quad \text{avec} \quad \theta=\xi_0-\frac{\xi_1^2}{4\xi_2}$$

et enfin

$$F=-\frac{\Phi'(\theta)\dfrac{\partial\theta}{\partial y}}{2\xi_0},$$

où la fonction Φ de l'argument *caractéristique* θ, intégrale de $\partial\varphi/\partial y'=0$, demeure arbitraire.

C. Si l'on suppose φ de degré donné en y', le degré en h n'est pas toujours limité. C'est ce qui arrive pour les intégrales quadratiques : $\varphi=a_0+a_1y'+a_2y'^2$. Dans tous les cas, $a_0-a_1^2/4a_2$ est une fonction de l'intégrale ω de l'équation

$$2a_2y'+a_1=0, \quad \text{où} \quad a_1=\xi(x,h)-y\frac{\partial a_2}{\partial x},$$

c'est-à-dire de

$$\omega=\frac{y}{\sqrt{a_2}}+\sigma \quad \text{avec} \quad \sigma=\frac{1}{2}\int\frac{\xi\,dx}{a_2\sqrt{a_2}},$$

et du paramètre h.

Lorsque F est *linéaire* en y (¹), $F=\lambda(x)y+\mu(x)$, on trouve, pour déterminer $a_2=a(x,h)$, $\xi(x,h)$ et les deux fonctions $\lambda(x)$, $\mu(x)$, les deux conditions :

$$\text{(I)} \qquad \frac{\partial^3 a}{\partial x^3}-4h\lambda\frac{\partial a}{\partial x}-2ha\lambda'=0,$$

$$\text{(II)} \qquad \frac{\partial^2\xi}{\partial x^2}-h\lambda\xi+3h\mu\frac{\partial a}{\partial x}+2ha\mu'=0,$$

où $\lambda'=d\lambda/dx$, $\mu'=d\mu/dx$. On peut y satisfaire en posant

$$a=X_0h^n+\ldots+X_n, \qquad \xi=\xi_0h^n+\ldots+\xi_n,$$

d'où, pour les X_i et λ, un système différentiel dont la solution dépend de $(3n+3)$ constantes essentielles et un autre, pour les ξ_i et μ, qui introduit $(2n+3)$ constantes nouvelles. Ces systèmes (non linéaires) s'intègrent de la manière suivante :

1° L'équation (I) possède, quel que soit h, une intégrale première qua-

---

(¹) Il existe toujours une intégrale première *linéaire* en y', mais transcendante en h; j'ai étudié sa réduction. Elle conduit à des formes simples de λ, polynome en x, la fonction μ restant arbitraire.

dratique

$$a\frac{\partial^2 a}{\partial x^2}-\frac{1}{2}\left(\frac{\partial a}{\partial x}\right)^2-2h\lambda a^2=-\mathrm{R}(h)=-2h^{2n+1}+c_1h^{2n}+\ldots+c_{2n+1},$$

où les c_i sont $(2n+1)$ constantes, qui sont autant d'intégrales premières des équations entre les X_i et λ. On en obtient n autres en observant que si l'on pose

$$a=X_0(h-h_1)\ldots(h-h_n),$$

les h_i, fonctions de x seul, satisfont aux relations

$$\frac{1}{2}\left(\frac{\partial a}{\partial x}\right)^2_{h=h_i}=\mathrm{R}(h_i),$$

que l'on peut transformer en un système intégrable

$$\sum\frac{h_i^p\,dh_i}{\sqrt{\mathrm{R}(h_i)}}=0\qquad(p=0,1,\ldots,n-2),$$

$$\sum\frac{h_i^{n-1}\,dh_i}{\sqrt{\mathrm{R}(h_i)}}=2\frac{dx}{X_0}=\pm2\frac{dx}{X_n}h_1h_2\ldots h_n.$$

La dernière équation s'intègre en tenant compte de l'équation $X_n'''=0$, qui donne les intégrales qui manquent et permet de prendre simplement $X_n=x^2+k$ ou $X_n=x$.

Ainsi les h_i sont définis au moyen de x par des *quadratures hyperelliptiques;* d'où l'on déduit leurs fonctions symétriques, les X_i.

2° L'intégration du système aux ξ_i, μ, déduit de (II), utilise la remarque faite plus haut ; on a

$$aa_0-\frac{a_1^2}{4}=\mathrm{M}(y+\sigma\sqrt{a})^2+2\mathrm{N}\sqrt{a}(y+\sigma\sqrt{a})+\mathrm{P}a,$$

M, N, P étant des fonctions de h seul.

On trouve d'abord $2\mathrm{M}=-\mathrm{R}(h)$, ce qui redonnerait les résultats précédents, puis des équations qui donnent l'intégrale σ, enfin une relation *entière* en h qui, transformée, s'écrit

$$a\left(\frac{\partial\xi}{\partial x}+2ha\mu\right)^2-\xi\frac{\partial a}{\partial x}\left(\frac{\partial\xi}{\partial x}+2ha\mu\right)+\frac{\xi^2}{2}\left(\frac{\partial^2 a}{\partial x^2}-2ha\lambda\right)-2h\mathrm{R}(h)\int\mu\xi\,dx$$
$$=4(\mathrm{N}^2-\mathrm{MP})=\mathrm{Q}(h),$$

où $\mathrm{Q}(h)$ est un polynome en h de degré $(3n+2)$, *à coefficients arbitraires;* $(n+1)$ d'entre eux sont liés à l'intégrale $\int\mu\xi\,dx$, les autres *déterminent*

les ξ_i, leurs dérivées premières et μ, si l'on tient compte de la condition initiale $\xi''_n = 0$ qui donne $\xi_n = \alpha x + \beta$.

On peut encore observer qu'en faisant $h = \theta_i$, où θ_i est une racine de $R(\theta) = 0$, on a $(2n+1)$ relations indépendantes des constantes de l'intégrale $\int \mu\xi \, dx$. L'intégration complète de (I) et (II) est terminée.

Dans le cas le plus simple, $n = 1$, n'intervient qu'une quadrature elliptique.

D. Lorsque F n'est plus linéaire en y, il peut encore se faire que le degré en h ne soit pas limité. Si l'on écarte le cas (A), il faut prendre

$$F = \frac{-2}{y^3} + \lambda y,$$

et l'on trouve l'intégrale quadratique

$$\varphi = ay'^2 - y\frac{\partial a}{\partial x}y' + \frac{y^2}{2}\frac{\partial^2 a}{\partial x^2} - 2ha\left(\frac{1}{y^2} + \frac{\lambda}{2}y^2\right),$$

avec une seule condition pour $a(x, h)$ et $\lambda(x)$, condition qui est précisément la condition (I) du paragraphe précédent, que l'on a intégrée par les fonctions abéliennes hyperelliptiques les plus générales.

GÉOGRAPHIE PHYSIQUE. — *Sur l'éventualité de la capture du Logone, affluent du lac Tchad, par le Niger.* Note de M. **Jean Tilho**.

J'ai déjà présenté une Note à l'Académie à ce sujet, il y a huit ans environ, et je m'excuse d'y revenir aujourd'hui; mais je dois le faire parce que, sous le prétexte que cette capture ne serait pas imminente, rien n'a encore été entrepris pour étudier les moyens d'y parer, bien qu'elle soit lourde de conséquences dangereuses pour l'avenir du Tchad et des contrées avoisinantes.

Pour démontrer combien il serait imprudent de rester dans l'expectative, je rappellerai succinctement les conditions de soudaineté dans lesquelles s'est effectuée la capture de la Mahajamba par la Betsiboka, à Madagascar, une nuit de fin février 1903. J'indiquerai ensuite les analogies que présente ce cas avec celui du Logone.

Cas de la Mahajamba. — A la fin de 1902, ce fleuve, de direction générale N-NW, s'étalait, à sa sortie du massif central de la Grande Ile, dans la plaine d'Andranolava, qu'il inondait régulièrement pendant la saison des

pluies. Sur sa rive gauche, à courte distance *et un peu en contre-bas*, se trouvait la plaine marécageuse du Kabango, séparée de la précédente par le seuil de Tsinjorano, barrière latéritique sans grande consistance, d'une dizaine de mètres de hauteur. A travers ce seuil, une échancrure permettait au trop-plein des crues de la Mahajamba de s'évacuer vers le Kabango, lui-même tributaire du Kamoro, affluent de la Betsiboka.

La capture, latente depuis des siècles peut-être, et dont rien ne laissait prévoir l'imminence, s'est réalisée brusquement, en une seule nuit, dans les conditions suivantes :

Des pluies diluviennes persistantes provoquent, au début de 1903, de très fortes crues dans les rivières de la région (11^{m} à Port-Bergé) et la plaine d'Andranolava est transformée en un lac où toute circulation est impossible pendant un mois; le seuil de Tsinjorano est désagrégé par la violence des pluies et par le contact prolongé des eaux; l'échancrure, ouvrant passage vers le Kabango, s'évase en une large brèche.

Après six semaines environ d'accalmie, de nouvelles pluies diluviennes déterminent une recrudescence de montée des eaux dans la plaine d'Andranolava, et, au cours d'une des dernières nuits de février, les flots de la Mahajamba, rompant avec un bruit formidable le seuil de Tsinjorano, se précipitent dans la dépression du Kabango, pour dévaler par le seuil et les rapides d'Antafianimanga, dans la vallée du Kamoro et aller se déverser dans la Betsiboka, à 70^{km} de là.

Et, depuis lors, la Mahajamba, aux hautes comme aux basses eaux, a pratiquement cessé d'apporter un tribut appréciable à son ancienne vallée inférieure.

Cas du Logone. — La situation actuelle du Logone par rapport au Toubouri et à la Bénoué présente de très grandes analogies avec celle de la Mahajamba, en 1902, par rapport au Kabango et à la Betsiboka.

Le Logone coule sur le plateau central africain en direction N-W vers le lac Tchad; la bordure de ce plateau, à une centaine de kilomètres à l'Ouest, domine de 100 à 200^{m} les plaines où serpente la Bénoué, principal tributaire du Niger inférieur.

A chaque saison des pluies, les inondations du Logone s'étalent sur le plateau; une partie du trop-plein de la crue envahit le Toubouri, dépression marécageuse *légèrement en contre-bas* et s'écoule dans le Mayo-Kabi, affluent de la Bénoué, par les rapides du Mayo-Pê et les chutes Gauthiot.

Cette dépression du Toubouri appartenait, à une époque assez lointaine, au bassin du Logone; le seuil granitique de Mbourao formait alors obstacle

à l'écoulement de ses eaux vers l'Ouest; mais quand la lente usure de ce seuil eut amené la tête du thalweg du Mayo-Pê au voisinage de l'extrémité occidentale des marais, la capture de ceux-ci, puis des étangs situés plus à l'Est et des petites rivières qui s'y déversent, s'effectua progressivement, au fur et à mesure que se creusait la brèche ouverte dans le seuil de Mbourao.

La Kabia, elle-même, qui débouchait dans le Logone vers Diokoïdi, fit défection à son tour, lorsque après avoir colmaté les 20 derniers kilomètres de son bief inférieur (à pente trop faible pour évacuer jusqu'au fleuve les alluvions provenant des collines lakas), elle s'ouvrit un passage vers l'étang de Tikem, en arasant le petit seuil granitique de Ouaye.

Depuis lors, les positions relatives des systèmes hydrographiques du Logone et de la Bénoué dans la région du Toubouri peuvent se définir ainsi :

En saison sèche. — Une vaste plaine argileuse, large d'une trentaine de kilomètres, sépare le lit de la Kabia de celui du Logone; point d'autres reliefs que de minuscules éminences discontinues où les villages trouvent refuge contre les inondations; çà et là, serpentent sans ordre des sillons aplatis, reliant de multiples cuvettes où stagnent des mares temporaires ou permanentes.

Cette plaine présente une légère inclinaison descendante du Logone vers la Kabia, fait capital qui justifie à lui seul toutes les inquiétudes, la dénivellation étant de 4^{m} sur les 28^{km} séparant Ham et Pogo. Et, circonstance aggravante, elle est traversée en diagonale par un sous-afffuent de la Kabia, dont la naissance se trouve à proximité du débouché de la Tandjilé dans le Logone; c'est la dépression Eré-Pogo dont nous reparlerons un peu plus loin.

A l'Ouest de cette plaine, s'étend la dépression du Toubouri, long chapelet d'étangs et de marais, s'égrenant sur une centaine de kilomètres, depuis Diokoïdi jusqu'à Mbourao, en passant par Fianga. Plus à l'Ouest encore, c'est la descente rapide vers les chutes Gauthiot, le Mayo-Kabi et la Bénoué.

En saison des pluies. — Cette grande plaine sans relief est complètement inondée, établissant ainsi un contact hydrographique continu entre le Logone et les marais du Toubouri, sur plus de 100^{km} de front. Entre Fianga et Domo, le flot de crue de la Kabia détermine, le long de la rive orientale de l'étang, un courant portant vers le Nord, que le barrage en cul-de-sac de Domo refoule en direction du Sud, le long de la rive occidentale. Entre Fianga et Mbourao, le Toubouri, profond de 2 à 4^{m}, présente un courant vers l'Ouest, d'une vitesse de 1 à 3^{km} à l'heure.

Quant à la dépression Eré-Pogo, elle devient navigable pendant trois semaines, établissant une voie facile et courte entre Fianga et le Logone. Elle semble ainsi montrer la route qui s'offre naturellement à ce dernier pour la réalisation de sa capture par le Niger, et cela d'autant plus que la pente y serait un peu plus forte que dans le lit actuel du fleuve, entre Eré et Ham.

Si l'on ajoute qu'en cet endroit le Logone fait un grand coude vers l'Ouest, sensiblement à angle droit, dont le sommet est juste dans l'axe de la dangereuse dépression Eré-Pogo; que la poussée du courant creuse ce coude un peu plus vers l'Ouest, durant chaque saison des pluies; que la branche aval de ce coude est fortement rétrécie; qu'une grande île la borde à l'Est, témoignant de l'importance des dépôts en ce point où débouche la Tandjilé, et si l'on n'oublie pas l'exemple de la Mahajamba, on admettra aisément qu'il y ait là matière à inquiétude et qu'il soit peu raisonnable de s'abandonner à un optimisme que rien ne pourrait désormais justifier.

Mesures a prendre. — Que *l'équilibre apparent actuel* puisse se maintenir pendant des années encore, c'est possible! Mais ce n'est qu'un *équilibre précaire* et la prudence nous commande d'agir avec promptitude, afin de ne point nous laisser surprendre en Afrique centrale comme nous l'avons été à Madagascar.

Et la première question qui se pose est celle de savoir s'il est en notre pouvoir d'enrayer l'évolution de ce phénomène géographique.

Les uns tiennent pour la négative, d'autres pour l'affirmative. Mais ni les uns ni les autres ne peuvent étayer leur opinion sur des documents géographiques ayant une valeur scientifique certaine : car nous ne possédons sur cette région que de simples croquis d'assemblage de levés d'itinéraires dont l'exactitude dans les détails est très discutable.

La première mesure à prendre, et à prendre d'urgence, serait donc de faire recueillir sur place, et par des *spécialistes de choix*, les documents précis d'ordre géodésique, topographique, hydrologique, géologique, qui sont indispensables à l'établissement d'un plan d'action éventuel.

Et c'est pourquoi je viens demander à l'Académie de bien vouloir appuyer les efforts que je déploie pour que soit entreprise sans nouveaux retards l'étude des questions que pose la capture du Logone, dont l'importance géographique, aussi bien que politique et économique, ne saurait trop être soulignée.

OPTIQUE PHYSIOLOGIQUE. — *Sur l'utilisation des verres colorés en jaune dans la technique des phares maritimes ou d'aviation.* Note [1] de M. André Blondel.

Ayant montré [2] l'intérêt de l'introduction qui a été faite récemment de verres jaunâtres dans les projecteurs d'automobiles, dans le but d'augmenter l'acuité visuelle et surtout de diminuer l'éblouissement des observateurs, j'ai été ainsi conduit à me demander si la coloration en jaune des feux maritimes blancs actuels présenterait des avantages à ce dernier point de vue [3]. Tout d'abord, il faut remarquer que la coloration des feux blancs, qui étaient autrefois produits uniquement par des lampes à pétrole à une ou plusieurs mèches concentriques donnant une lumière assez jaunâtre, a été beaucoup modifiée par les perfectionnements des sources modernes, qui les ont presque partout remplacées : manchons Auer à incandescence par le gaz ou la vapeur de pétrole, flammes d'acétylène, lampes électriques à filaments dans une atmosphère gazeuze, lampes à arc; on a beaucoup augmenté ainsi dans les faisceaux lumineux des phares la proportion des rayons plus réfrangibles par rapport aux rayons moins réfrangibles. On doit examiner les avantages et les inconvénients qui pevent en résulter.

Il faut d'ailleurs remarquer que la question se présente pour les phares maritimes d'une manière sensiblement différente de ce qui a lieu pour les projecteurs d'automobiles.

A grande distance, la réflexion de la lumière sur le brouillard ou les vésicules d'eau de l'atmosphère, très gênante pour les observateurs dans le cas des automobiles, est au contraire favorable pour la reconnaissance des feux par le navigateur; car les faisceaux du phare par un temps légèrement brumeux sont ainsi matérialisés près du phare et visibles à grande distance; ils servent même quand le temps est assez clair, à signaler la position d'un phare quand la vision directe du feu est empêchée par la courbure de la mer.

Mais à faible distance les faisceaux blancs sont aveuglants et ont donné lieu assez souvent à des objections de la part des pêcheurs ou de la naviga-

(1) Séance du 8 octobre 1934.

(2) *Comptes rendus* 198, 1934, p. 1198.

(3) Travail exécuté pour le service des Phares et Balises.

tion côtière, lorsqu'ils proviennent de feux peu élevés et que la divergence naturelle des faisceaux est telle que les faisceaux rencontrent la mer à faible distance.

Dans de tels cas on pourrait réduire beaucoup l'éblouissement en filtrant la lumière de la source employée par des glaces ou par un manchon (moins coûteux) en verre absorbant les rayons violets et ultraviolets, les plus nuisibles et qui ne peuvent aider la visibilité même à grande distance.

En ce qui concerne les feux de ports à faible hauteur et de portée plus ou moins réduite, dont la visibilité ne dépend que de la vision directe, on peut aller plus loin dans cette voie et filtrer, comme pour les automobiles, la lumière par des verres colorés en jaune plus ou moins caractérisé, pourvu que cette teinte ne risque pas de tourner au rouge, par absorption à travers le brouillard, comme la teinte des lampes à pétrole. Or, grâce aux progrès récents de la technique des verres colorés, on sait aujourd'hui produire des verres jaunes qui coupent assez brusquement les longueurs d'ondes à partir d'une certaine limite, qui peut être, suivant les verres employés, 3500, 4250, 4000, 4500, 4750 et 5000 angströms (1). Les verres au sélénium-cadmium employés actuellement pour les projecteurs d'automobiles et qui coupent à partir de 4750 ou de 5000 suivant que les types sont clairs ou foncés (2), ont une coloration dite jaune d'or qui conviendrait pour des signaux maritimes à très faible portée. Pour les autres, il conviendrait de limiter la coupure à 4750 ou 4500; on a ainsi des couleurs « jaune serin ».

La seule objection qu'on puisse faire aux verres jaunes est relative aux pertes auxquelles ils donnent lieu et qui sont de deux sortes : d'une part les réflexions sur les surfaces d'entrée et de sortie, soit au total environ 9 pour 100 irrécupérables à grande distance par suite de l'aberration des rayons réfléchis; d'autre part, l'absorption globale des rayons transmis par le verre coloré; les verres jaunes cités plus haut réduisent le coefficient

---

(1) Ces limites correspondent respectivement aux qualités GG2, GG3, GG4, GG5, GG7, GG11 de la série jaune des filtres colorés de Schott et Gen, infiniment plus sélectifs que ceux produits par la même Société avant 1915.

Les verres nos 3, 4, 5, 7, des Verreries de Bagneaux et Appert frères, ont sensiblement les mêmes teintes que les numéros correspondants de Schott. Ce sont des « jaunes serin » allant du clair au foncé, et notablement différents de la teinte jaune d'or citée plus haut.

(2) Cf. A. **Monnier** et M. **Mouton**, *Comptes rendus*, **196**, 1933, p. 1659.

global de transmission à des chiffres variant de 0,70 à 0,95 suivant la coloration et l'épaisseur. Cela n'a pas beaucoup d'inconvénient parce que la lumière perdue est surtout empruntée aux rayons plus réfrangibles que le jaune, donc à ceux qui seraient les plus absorbés par la brume. Leur réduction au départ ne modifie donc guère le rendement utile d'un phare, dont la puissance lumineuse en temps clair est toujours surabondante.

Pour réduire les pertes par réflexion on pourrait exécuter en verre jaune les appareils optiques destinés à des établissements nouveaux. L'éclairage par incandescence électrique se prête à une solution plus simple, l'emploi d'ampoules en verre jaune, de dimensions beaucoup plus grandes que celles des projecteurs d'automobile; mais pour cela le concours des fabricants serait nécessaire.

A défaut de ces solutions, l'emploi de manchons en verre jaune autour des sources blanches reste rationnel, parce qu'une perte supplémentaire de 9 pour 100 n'entraîne qu'une réduction proportionnelle bien moindre de la portée, et relativement d'autant plus faible que le temps est plus brumeux.

L'appareil de comparaison de signaux colorés que j'ai décrit précédemment [1] permet de mesurer le coefficient de transparence apparente des verres employés sous différentes épaisseurs, et, d'autre part, le rapport photochromatique, c'est-à-dire le multiplicateur par lequel il faut renforcer l'éclairement reçu par l'œil (par exemple, en rapprochant l'observateur de l'appareil à signaux) pour qu'un point lumineux très petit, perçu incolore et grisâtre à grande distance, apparaisse nettement coloré.

En comparant un feu blanc avec le feu coloré en jaune serin par le verre n° 5, ou en même teinte plus foncée par le verre n° 7, on constate que le premier réduit la portée [2] d'environ 10 pour 100 et le second d'environ 15 pour 100 et que les rapports photochromatiques sont 46 et 50; la teinte jaune est donc peu prononcée.

Si l'on interpose un brouillard artificiel (cuve à eau de savon faible) réduisant de 50 pour 100 la portée du feu blanc, la réduction de portée produite par les verres colorés n'est que faiblement réduite.

Par contre les rapports photochromatiques atteignent des valeurs élevées : 290 et 225 respectivement.

---

(1) A. Blondel, *Congrès de l'Association internationale des signalisations maritimes*, Paris, 1933, et *Revue de l'Électricité*, 24, 1933, p. 3.

(2) Suivant la simple loi du carré des distances, ou l'absence d'absorption atmosphérique.

Or, plus est grand le rapport photochromatique, plus le feu se comporte à grande distance comme un feu blanc ; cela prouve (et on le vérifie par la vue) qu'en temps de brouillard, la coloration jaune ne donne lieu à aucune confusion avec un signal rouge et ne peut donc présenter d'inconvénient. Elle est certainement préférable à la coloration rougeâtre des feux à pétrole.

D'autre part, la coloration jaune qui, contrairement à ce qui a lieu sur terre, n'a jamais été employée dans la signalisation maritime, peut présenter un réel avantage comme caractère distinctif, par exemple pour les feux de ports actuellement blancs, en évitant mieux qu'on puisse les confondre avec les lampes électriques de la voie publique ou des installations particulières dont le nombre va croissant dans les ports de mer.

En résumé, bien qu'elle entraîne une certaine réduction de portée; la coloration en jaune (convenablement choisie) des feux de ports actuellement blancs, semble pouvoir améliorer la signalisation maritime au point de vue de la sécurité, en diminuant l'éblouissement à l'entrée des ports et en rendant le caractère plus distinctif.

Il en serait de même, semble-t-il, pour les feux des ports d'aviation, pour lesquels la question de l'éblouissement doit aussi être prise en considération.

NOMINATIONS.

M. H. F. Osborn est désigné pour représenter l'Académie à la 95e réunion de l'*American Association for the Advancement of Science*, à Pittsburgh, Pennsylvania, du 27 décembre 1934 au 22 janvier 1935.

CORRESPONDANCE.

M. le Secrétaire perpétuel donne lecture du télégramme suivant :

Émile Borel, Président Académie Sciences, Paris.

Belgrade, 10 octobre.

Académie royale serbe des Sciences, profondément touchée par les condoléances Académie des Sciences, Paris, dans deuil national si vivement ressenti dans nos deux pays amis, exprime remerciements les plus chaleureux.

Président : Gavrilovitch.
Secrétaire : Belitch.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° *Acta* Universitatis Patavinae *septima saecularia celebrantis*, MCCXXII-MCMXXII.

2° *Flore complète illustrée en couleurs de France, Suisse et Belgique*, par Gaston Bonnier. Tome douzième par Robert Douin.

3° *Traité de Climatologie biologique et médicale*, publié sous la direction de Marius Piery. (Présenté par M. A. d'Arsonval.)

M. **Louis Lutz** prie l'Académie de vouloir bien le compter au nombre des candidats à la place vacante dans la Section de Botanique par le décès de M. *H. Lecomte*.

ALGÈBRE. — *Sur quelques nouvelles limitations des modules des zéros des polynomes*. Note (¹) de M. **Paul Montel**.

Je me propose d'énoncer quelques applications et extensions des formules relatives aux limites supérieures des modules de p zéros d'un polynome de degré n, assujetti à $p+1$ conditions, que j'ai données récemment (²).

1. Considérons le polynome complet

$$P(x) = a_0 + a_1 x + \ldots + a_p x^p + \ldots + a_n x^n$$

et désignons par s le plus grand des modules des rapports

$$\frac{a_0}{a_1}, \quad \frac{a_1}{a_2}, \quad \ldots, \quad \frac{a_{p-1}}{a_p}.$$

On peut démontrer le théorème suivant dans lequel q désigne, comme dans la Note précédente, le nombre $n-p+1$:

Le polynome $P(x)$ *a au moins* p *zéros dont les modules sont inférieurs à* $2qs$.

Lorsque $p=n$, on retrouve la limite $2s$ obtenue par M. Anghelutza (³). Lorsque, en outre, les coefficients sont réels et positifs, la limite supérieure est égale à s comme l'a démontré Hurwitz. Si quelques-uns des coefficients considérés sont nuls, il suffit de remplacer les rapports consécutifs qui

(¹) Séance du 8 octobre 1934.

(²) *Comptes rendus*, **199**, 1934, p. 651.

(³) *Bull. de l'Acad. roumaine*, **16**, 1934, p. 119.

contiennent des zéros par leur moyenne géométrique. Enfin, on obtient un théorème de même nature en remplaçant a_p par a_n ou par un coefficient a_{p+h} dont l'indice est compris entre p et n. Le nombre s est une limite supérieure des nombres $\sqrt[p-k]{|a_k|}$ pour $k=0, 1, 2, \ldots, p$, en supposant a_p égal à l'unité. Réciproquement, une telle limite n'est pas toujours supérieure aux modules de tous les rapports : c'est pourquoi il est plus avantageux d'introduire la valeur s du plus grand des nombres $\sqrt[p-k]{|a_k|}$.

2. Désignons par R_m la moyenne d'ordre m des modules des coefficients $a_0, a_1, \ldots, a_{n-1}, a_n=1$ d'un polynome $P(x)$,

$$R_m=\sqrt[m]{|a_0|^m+|a_1|^m+\ldots+|a_{n-1}|^m+1}.$$

On sait que R_m, si $1<m\leqq 2$, et $2R_m$, si $2<m$, sont des limites supérieures pour les modules des zéros de $P(x)$ [1].

Si l'on désigne par $R_{m,p}$ les moyennes relatives aux seuls coefficients a_0, $a_1, \ldots, a_{p-1}, 1$, on obtient le résultat suivant :

Le polynome $P(x)$ *a au moins* p *zéros dont les modules sont inférieurs à*

$$\theta\sqrt[q]{R_{m,p}}=\theta\sqrt[mq]{|a_0|^m+\ldots+|a_{p-1}|^m+1} \qquad (q=n-p+1),$$

θ *étant égal à* $p^{q-1/qm}$ *si* $1<m\leqq 1+1/q$ *et à* $2p^{p-1/qm}$ *si* $1+1/q<m$.

Si l'on fait tendre m vers l'infini, on retrouve la limite $1+\sqrt[q]{M_p}$ indiquée dans la Note rappelée au début.

3. Si l'on fait tendre m vers l'unité, on est conduit en particulier à la proposition suivante :

Le polynome

$$P(x)=a_0+a_1x+\ldots+a_{p-1}x^{p-1}+\ldots+x^n,$$

dans lequel les coefficients $a_0, a_1, \ldots, a_{p-1}$ *sont réels et vérifient les inégalités*

$$0\leqq a_0\leqq a_1\leqq\ldots\leqq a_{p-1}\leqq\frac{1}{p^{n-p}},$$

a au moins p zéros dont les modules sont inférieurs à un.

Lorsque $p=n$, on retrouve le théorème de M. Kakeya [2]. L'énoncé précédent peut être considéré comme une extension de ce théorème dans

[1] P. MONTEL, *Comptes rendus Soc. des Sciences et des Lettres de Varsovie*, 24, 1931, p. 317.

[2] *The Tôhoku Mathematical Journal*, 2, 1912, p. 140.

laquelle on suppose arbitraires les valeurs des coefficients $a_p, a_{p+1}, \ldots, a_{n-1}$.

Si l'on suppose seulement

$$0 \leqq a_0 \leqq a_1 \leqq \ldots \leqq a_{p+1} \leqq 2,$$

le polynome $P(x)$ a au moins p zéros de modules inférieurs à 2.

En général : *le polynome* $P(x)$ *a au moins* p *zéros dont les modules sont inférieurs au plus grand des deux nombres* 2 *et* $|a_0|+|a_1|+\ldots+|a_{p-1}|$.

4. Les expressions R_m sont liées aux moyennes de M. Hardy relatives au polynome $P(x)$. Désignons par $\mathfrak{M}_m$ la moyenne d'ordre m relative au polynome $P(x)$ prise sur la circonférence-unité :

$$\mathfrak{M}_m = \left[\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} |P(e^{i\theta})|^m \, d\theta\right]^{\frac{1}{m}}.$$

Nous supposerons m positif ou nul. La moyenne $\mathfrak{M}_m$ croît avec m depuis la valeur $\mathfrak{M}_0$ de la moyenne géométrique jusqu'à la valeur $\mathfrak{M}_\infty = M$ du module maximum de $P(x)$ dans le cercle-unité. On établit aisément la proposition :

Les modules des zéros du polynome

$$P(x) = a_0 + a_1 x + \ldots + a_p x^p + \ldots + a_n x^n$$

sont compris entre les nombres

$$\frac{|a_0|}{\mathfrak{M}_m} \quad \text{et} \quad \frac{\mathfrak{M}_m}{|a_n|}.$$

En particulier, on peut remplacer $\mathfrak{M}_m$ par le module maximum M de $P(x)$ dans le cercle-unité. Le cas de $m = 2$ a été aussi considéré par M. Landau.

Si l'on introduit les moyennes $\mathfrak{M}_{n,p}$ relatives au polynome partiel

$$a_0 + a_1 x + \ldots + a_{p-1} x^{p-1},$$

on peut donner une limite supérieure des modules de p zéros de $P(x)$ en fonction d'une moyenne $\mathfrak{M}_{m,p}$ et du module d'un coefficient a_{p+h} $(0 \leqq h \leqq n-p)$. Par exemple, pour $a_n = 1$, on a la limite

$$2 + \sqrt[q]{\mathfrak{M}_{n,p}} \quad (q = n - p + 1).$$

CALCUL DES PROBABILITÉS. — *Sur quelques lois d'erreurs analogues aux erreurs systématiques.* Note de M. **H. Eyraud**, présentée par M. Hadamard.

Soient n mesures d'une grandeur, effectuées dans les mêmes conditions avec un appareil déterminé. Rangeons ces mesures par ordre de grandeur non décroissante

$$x_1 \leqq x_2 \leqq x_3 \leqq \ldots \leqq x_n. \tag{1}$$

Dans la théorie classique de Gauss, on admet que la valeur la plus probable de la grandeur à mesurer est la moyenne des n mesures.

Il y a évidemment des cas où la loi d'erreur est différente de la loi de Gauss. En particulier, il existe des déterminations qui ne peuvent être obtenues que *par défaut*. Telles sont par exemple :

1° La limite extrême de la durée de la vie humaine;

2° Le poids d'une monnaie ancienne dont on ne dispose que d'exemplaires altérés par le temps.

Le fait d'être ainsi de sens nécessairement constant rapproche les erreurs ainsi connues des erreurs systématiques, quoiqu'elles soient visiblement, par ailleurs, de caractère accidentel.

De nombreux cas peuvent encore se présenter où les déterminations par défaut seront plus nombreuses que les déterminations par excès ou inversement.

Soit p une fonction comprise entre zéro et l'unité. Supposons n grand et, pour simplifier, tel que np soit un entier; admettons que la valeur la plus probable de la grandeur à mesurer soit indéterminée dans l'intervalle

$$x_{np} \leqq x \leqq x_{np+1}. \tag{2}$$

Une analyse toute semblable à celle de Gauss conduit à attribuer à la fonction d'erreur $f(\omega)$ la valeur

$$\left\{\begin{array}{ll} f(\omega) = h\sqrt{p^2+q^2}\,.\,e^{\frac{h}{p}\sqrt{p^2+q^2}\,.\,\omega} & (\text{pour } \omega < 0), \\ f(\omega) = h\sqrt{p^2+q^2}\,.\,e^{-\frac{h}{q}\sqrt{p^2+q^2}\,.\,\omega} & (\text{pour } \omega > 0), \end{array}\right. \tag{3}$$

où l'on a posé

$$q = 1 - p.$$

On détermine aisément, relativement à cette loi d'erreur :

L'erreur centrale (qu'on a la probabilité 1/2 de surpasser)

$$\lambda = -\frac{p\log(2p)}{h\sqrt{p^2+q^2}}. \tag{4}$$

L'erreur moyenne

$$M = \frac{q-p}{h\sqrt{p^2+q^2}}. \tag{5}$$

La dispersion, ou moment quadratique moyen,

$$\sigma^2 = \frac{1}{h^2}. \tag{6}$$

Cas de $p=1$. — La loi limite (3) (abstraction faite du passage à la limite qui y conduit) conserve un sens si l'on y fait $p=1$, $q=0$. Sur n expériences, la plus grande mesure se trouve alors être la plus probable.

Cette plus grande mesure admet une fonction de probabilité totale dont l'expression est

$$F_n(\omega) = e^{nh\omega} \quad \text{pour } \omega < 0, \qquad = 1 \quad \text{pour } \omega > 0,$$

elle a même forme que celle qui est relative à chaque expérience, mais la précision est n fois plus grande.

GÉOMÉTRIE PROJECTIVE DIFFÉRENTIELLE. — *Transformation des surfaces à l'aide de ∞^2 quadriques ayant un contact du second ordre avec la surface et sa transformée.* Note de M. **Serge Finikoff.**

1. Une quadrique Q à deux paramètres touche son enveloppe en 8 points; si ces 8 points se réduisent à deux, réunion chacun de 4 points caractéristiques confondus, l'enveloppe ne comprend plus que deux nappes S, S' ayant avec chaque quadrique Q un contact du second ordre et nous dirons que S' est une transformée de S par la famille de quadriques Q. Comme les asymptotiques de S, S' touchent les génératrices de Q qui passent par le point de contact, leurs tangentes aux points homologues M, M' de S, S' concourent en M_1 et M_2 : les coordonnées homogènes de M_i vérifient un système :

$$M_u = \frac{m-a}{2}M + M_1, \qquad M_v = \frac{n-b}{2}M + M_2,$$

$$M_{1u} = A_1 M + \frac{a-m}{2}M_1 + \beta M_2, \qquad M_{1v} = B_1 M + \frac{b+n}{2}M_1 + \alpha_2 M_2 + M'.$$

et

$$M_{2u}=A_2M+bM_1+\frac{a+m}{2}M_2+M',\qquad M_{2v}=B_2M+\gamma M_1+\frac{b-n}{2}M_2,$$

$$M'_u=A_2M_1+A_1M_2-\frac{a+m}{2}M',\qquad M'_v=B_2M_1+B_1M_2-\frac{b+n}{2}M';$$

Les développables des congruences (MM'), (M_1M_2) se correspondent. Elles découpent sur S, S' deux familles de lignes C, C' dont les tangentes concourent.

2. Quelle que soit la surface S donnée, il existe ∞ surfaces transformées S', dépendant de deux fonctions d'un argument et de cinq constantes arbitraires : les valeurs numériques de a, b, a_0, m, n en un point M_0 de S et les valeurs de A_2, B_1 le long d'une courbe issue de M; mais il y a deux cas singuliers correspondant à $ab-\beta\gamma=0$.

Le premier est caractérisé par $ab=\beta\gamma$, $a^2=b\beta$, $b^2=a\gamma$. Les tangentes au point triple de l'intersection de S et Q se confondent en une direction de Darboux : les surfaces S forment une classe spéciale dépendant de trois fonctions arbitraires d'un argument et à chacune correspond une transformée S' dépendant d'une fonction de deux arguments.

Le second cas singulier est caractérisé par $ab=\beta\gamma$, $A_2=B_1$; la congruence (MM') est conjuguée à S, S' et la congruence (M_1M_2) est harmonique à S, S'. Les tangentes des lignes C, C' sont conjuguées sur S, S'; elles sont situées dans les plans focaux de MM' et coupent M_1M_2 aux foyers; elles engendrent deux paires de congruences consécutives de deux suites de Laplace qui sont inscrites dans la suite (MM') et circonscrites à la suite (M_1M_2). Le couple des congruences (MM'), (M_1M_2) est stratifiable dans un sens; il existe ∞^1 surfaces dont les plans tangents aux points de rencontre avec un rayon MM' passent par le rayon M_1M_2 homologue. La configuration dépend de cinq fonctions d'un argument.

3. Si, en plus des conditions du n° 1, les asymptotiques de S et S' se correspondent, cela peut arriver de deux façons différentes : correspondance *directe* : les asymptotiques qui se correspondent sont celles dont les tangentes (MM_1 et $M'M_1$, ou MM_2 et $M'M_2$) sont concourantes; correspondance *inverse*, asymptotiques, tangentes à MM_1 sur S et à $M'M_2$ sur S' (ou à MM_2 et $M'M_1$). Pour la correspondance directe il y a deux cas: le premier se ramène par homographie à une surface S quelconque et à sa symétrique relativement à un point O; autrement dit, les rayons MM' passant par un point fixe P, les rayons M_1M_2 sont dans un plan fixe Π; on a $A_1=B_2=0$, $A_2=B_1$. Le second cas : $A_1=B_2=0$, $a=0$, $b=0$; les quadriqnes Q sont

les quadriques de Lie de S et S′; les développables de (MM′), (M_1M_2) correspondent aux asymptotiques de S, S′; les points M_1, M_2 sont les foyers de M_1M_2. Les surfaces S, S′ sont les surfaces de M. Godeaux. Pour la correspondance inverse, on a $A_2 = B_1 = 0$, $ab = \beta\gamma$. Le couple (MM′), (M_1M_2) est stratifiable dans les deux sens et conjugué. La surface S est une surface R particulière qui appartient à la classe des surfaces isotherme-asymptotiques de M. Fubini et dépend de trois fonctions d'un argument; S′ lui est projectivement applicable.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur l'application des opérations différentielles linéaires aux séries.* Note [1] de M. G. **Pólya**, présentée par M. Hadamard.

1. Considérons l'opération générale

$$D = \sum \varphi_{\alpha\beta}(x, y) \frac{\partial^{\alpha+\beta}}{\partial x^\alpha \, \partial y^\beta}.$$

Je suppose que la fonction $\varphi_{\alpha\beta}(x, y)$ et ses dérivées partielles jusqu'à l'ordre α en x et β en y sont continues et ont une valeur indépendante de l'ordre des dérivations et, si l'opération D est appliquée à $f(x, y)$, j'admets la même chose pour toutes les dérivées partielles qui interviennent dans l'expression $Df(x, y)$. Avec ces hypothèses, $Df(x, y)$ sera continue. Voici une généralisation assez étendue du théorème classique sur la dérivation des séries (ou plutôt d'une forme un peu moins précise de ce théorème) :

I. *Supposons que la suite $f_1(x, y)$, $f_2(x, y)$, ... satisfasse, dans un domaine ouvert du plan, aux conditions suivantes :*

1° *Les fonctions $f_n(x, y)$ sont bornées dans leur ensemble et*

$$\lim_{n \to \infty} f_n(x, y) = f(x, y);$$

2° *L'opération* D *est applicable à chacune des fonctions $f_n(x, y)$ et l'on a uniformément*

$$\lim_{n \to \infty} D f_n(x, y) = g(x, y);$$

3° *L'opération* D *est applicable à $f(x, y)$.*

---

[1] Séance du 15 octobre 1934.

Alors on peut affirmer que $D f(x, y) = g(x, y)$.

Dans la démonstration du théorème classique, c'est-à-dire du cas spécial où D se réduit à $\partial / \partial x$, la formule des accroissements finis joue un rôle décisif. Pour démontrer le théorème I, il faut faire jouer le même rôle au lemme suivant :

II. *A chaque opération* D, *on peut faire correspondre une fonction* $K(u, v; x, y, \delta)$ *continue pour* $-\delta \leqq u \leqq \delta$, $-\delta \leqq v \leqq \delta$, $\delta > 0$ *et telle que*

$$\int_{-\delta}^{\delta}\int_{-\delta}^{\delta} K(u, v; x, y, \delta) f(x+u, y+v)\, du\, dv = D f(\xi, \eta),$$

(ξ, η) *étant un certain point intérieur au carré dont les sommets sont* $(x \pm \delta, y \pm \delta)$.

Si, dans l'expression de D, on a $\alpha \leqq k$, $\beta \leqq l$, on peut donner à la fonction K la forme

$$\frac{(2k+1)!\,(2l+1)!}{(k!\,l!\,2^{k+l+1}\delta)^2} \sum (-1)^{\alpha+\beta} \frac{\partial^{\alpha+\beta}}{\partial u^\alpha\, \partial v^\beta} \left[\left(1 - \frac{u^2}{\delta^2}\right)^k \left(1 - \frac{v^2}{\delta^2}\right)^l \varphi_{\alpha\beta}(x+u, y+v) \right],$$

comme on s'en convaincra aisément en intégrant par parties.

Lorsque D se réduit à $\partial/\partial x$, l'hypothèse (3) devient superflue, puisqu'elle devient une conséquence des hypothèses (1) et (2), mais pour d'autres opérations, par exemple pour $D = \partial^2/\partial x^2 - \partial^2/\partial y^2$, il n'en est pas ainsi. Dans plusieurs cas, par exemple si D est le Laplacien $\Delta = \partial^2/\partial x^2 + \partial^2/\partial y^2$, on parvient à réduire l'hypothèse (1) en faisant jouer le rôle du lemme II à quelque autre théorème plus spécial analogue au théorème des accroissements finis [1].

2. Si u est une solution de l'équation $\Delta u = 1$ dans un cercle fermé de rayon a donné, u a dans ce cercle un maximum $M(u)$ différent de O. On déduit aisément du théorème I l'existence d'un nombre *positif* p tel que $M(u) \geqq p$ pour toutes les fonctions u en question. On peut trouver directement que la meilleure valeur de p, le véritable « minimum maximorum » est $a^2/8$ et l'on peut montrer plus généralement qu'aucune solution de l'équation $\Delta^m u = 1$ ne s'écarte moins de zéro que $2/(m!)^2(a^2/16)^m$ et qu'il y a une solution dont l'écart est exactement égal à cette valeur. Ceci est un exemple bien simple du genre de problèmes qu'on rencontre en poursuivant les analogies esquissées entre l'opération d/dx et d'autres opérations différentielles linéaires D.

---

[1] Voir ma Note précédente, *Comptes rendus*, 199, 1934, p. 655.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les fonctions métasphériques.* Note [1] de M. **Gh. Th. Gheorghiu**, présentée par M. Élie Cartan.

1. Soient

$$\mathfrak{A}_\nu(ix, \lambda) = \frac{2^\lambda i^{\lambda-\nu}}{\Gamma(-\lambda)} \int_0^\infty e^{-ux} u^{-\lambda-1} \mathcal{C}_\nu(u)\, du, \tag{1}$$

où $\mathcal{C}_\nu(u)$ est une fonction cylindrique, et

$$R(-\lambda \pm \nu) > 1. \tag{2}$$

Ces fonctions sont des fonctions métasphériques. En effet, on prouve, en tenant compte des relations qui existent entre les fonctions cylindriques, que ces fonctions satisfont aux équations fonctionnelles qui définissent les fonctions métasphériques.

Réciproquement, comme une fonction métasphérique générale s'exprime linéairement à l'aide de deux fonctions métasphériques particulières, on démontre, en tenant compte de ce qui précède, qu'une fonction métasphérique qui satisfait à (2) peut s'écrire sous la forme (1). *On peut donc prendre l'expression* (1) *comme définition des fonctions métasphériques.*

Analogiquement, on peut définir les fonctions métasphériques à plusieurs variables générales, par la formule

$$\begin{aligned} (3)\quad & \mathfrak{A}_{\nu_1,\nu_2,\ldots,\nu_q}(ix_1, ix_2, \ldots, ix_p; \lambda) \\ &= \frac{2^{p\lambda} i^{p\lambda - N}}{\Gamma(-\lambda)} \int_0^\infty e^{-uX} u^{-\lambda-1} \mathcal{C}_{\nu_1}(uX_1)\, \mathcal{C}_{\nu_2}(uX_2) \ldots \mathcal{C}_{\nu_q}(uX_p)\, du, \end{aligned}$$

où $R(-\lambda \pm \nu_1 \pm \nu_2 \pm \ldots \pm \nu_p) > p$. Si les indices ne sont pas entiers, on a

$$\mathfrak{A}_{\nu_1,\nu_2,\ldots,\nu_p}(x_1, x_2, \ldots, x_p; \lambda) = \sum_{\pm} a_{\pm\nu_1} a_{\pm\nu_2} \ldots a_{\pm\nu_p} A_{\pm\nu_1,\pm\nu_2,\ldots,\pm\nu_p}(x_1, x_2, \ldots, x_p; \lambda), \tag{4}$$

$\sum_{\pm}$ désignant la somme qu'on obtient en prenant les signes + et — de toutes les manières possibles [2], les fonctions $A_{\nu_1,\nu_2,\ldots,\nu_p}(x_1, x_2, \ldots, x_p; \lambda)$ étant des fonctions métasphériques à plusieurs variables particulières [3], et les coefficients a étant des fonctions périodiques de ν ayant la période

---

(1) Séance du 15 octobre 1934.

(2) Les signes des indices correspondent aux coefficients et aux fonctions.

(3) *Comptes rendus*, 199, 1934, p. 476.

additive $+1$. Il en résulte que ces fonctions satisfont au système des équations aux dérivées partielles auquel satisfont les fonctions

$$A_{\nu_1, \nu_2, \ldots, \nu_p}(x_1, x_2, \ldots, x_p; \lambda).$$

II. Si l'on suppose $R(-\lambda) > 1$, et si l'on prend comme fonction cylindrique la fonction

$$\mathcal{C}_\nu(u) = [\psi(-\lambda) + \log(2i)]\,J_n(u) - Y_n(u),$$

$\psi(x)$ *étant la dérivée logarithmique* de $\Gamma(x)$, la fonction (1), que nous désignons par $B_n(x, \lambda)$, forme avec $A_n(x, \lambda)$ un système fondamental pour l'équation différentielle

$$(x^2 - 1)y'' - (2\lambda - 1)xy' + (\lambda^2 - n^2)y = 0.$$

Cette fonction a comme expression

$$(5)\quad B_n(x, \lambda) = \frac{\partial A_n(x, \lambda)}{\partial \lambda} + \frac{(2x)^{\lambda+n}}{2\Gamma(-\lambda)} \sum_{m=0}^{n-1} (-1)^{n-m} \times \frac{(n - m - 1)!\,\Gamma(-\lambda - n + 2m)}{m!} \left(\frac{1}{2x}\right)^{2m}$$
$$+ \frac{(2x)^{\lambda-n}}{2\Gamma(-\lambda)} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{\Gamma(-\lambda + n + 2m)}{m!\,(n+m)!} \times \left[\left(1 + \frac{1}{2} + \ldots + \frac{1}{m}\right) + \left(1 + \frac{1}{2} + \ldots + \frac{1}{n+m}\right)\right] \left(\frac{1}{2x}\right)^{2m}.$$

Si l'on pose

$$(6)\quad F_n(x, \lambda) = \lim_{\nu \to n} \frac{A_\nu(x, \lambda) - A_{-\nu}(x, \lambda)}{\nu - n},$$

où l'on prend $A_{-n}(x, \lambda) = A_n(x, \lambda)$, alors on a

$$(7)\quad B_n(x, \lambda) = [\psi(-\lambda) + C]\,A_n(x, \lambda) - \frac{1}{2} F_n(x, \lambda),$$

C étant la constante d'Euler.

MÉCANIQUE DES FLUIDES. — *Le problème balistique de Lagrange : la première zone médiane.* Note [1] de M. **Charles Platrier**, présentée par M. Émile Jouguet.

1. Le problème balistique de Lagrange a été étudié notamment par MM. A. E. H. Love et F. B. Pidduck [2]. En particulier M. Love a étudié le mouvement dans la première zone médiane en supposant :

$$\gamma = \frac{2n+1}{2n-1} \quad \text{et} \quad n = 5,$$

γ désignant le rapport des chaleurs spécifiques des gaz à pression et à volume constants. J'utiliserai la notation du Mémoire de MM. Love et Pidduck [3]. La fonction Z, dont la connaissance permet de résoudre le problème, doit satisfaire à l'équation aux dérivées partielles d'Euler-Poisson :

$$\frac{\partial^2 Z}{\partial \sigma^2} + \frac{2n}{\sigma}\frac{\partial^2 Z}{\partial \sigma} - \frac{\partial^2 Z}{\partial v^2} = 0 \quad \text{ou} \quad \frac{\partial^2 Z}{\partial r\,\partial s} + \frac{n}{r+s}\left(\frac{\partial Z}{\partial r} + \frac{\partial Z}{\partial s}\right) = 0$$

(avec $\sigma = r + s$ et $v = r - s$).

Cette fonction est connue lorsqu'on sait déterminer deux intégrales particulières $Z_1(r, s)$ et $Z_2(r, s)$ toutes deux identiquement nulles pour $r = r_0 = \sigma_0/2$ (constante) et telles que, pour $s = s_0 = \sigma_0'/2$, elles soient respectivement égales à

$$Z_1(r, s_0) = \left(\frac{r_0 + r}{r_0 + s_0}\right) - 1, \quad Z_2(r, s_0) = 1 - \left(\frac{r_0 + s_0}{r_0 + r}\right)^{2n-1}.$$

Au prix de longs calculs, M. Love, en appliquant la méthode de Riemann, a établi (dans le cas de $n = 5$) que les solutions Z_1 et Z_2, toutes deux de la forme

$$(1) \qquad Z = \left(\frac{1}{\sigma}\frac{\partial}{\partial \sigma}\right)^{n-1} \frac{\psi(\sigma + v)}{\sigma} = \sum_{k=1}^{k=n} (-1)^{k+1} A_k^{n-1} \sigma^{-(n+k-1)} \frac{\partial^{n-k}\psi(\sigma + v)}{[\partial(\sigma + v)]^{n-k}}$$

(A_k^{n-1} quantités numériques),

---

(1) Séance du 15 octobre 1934.

(2) *Philosophical Transactions of the Royal Society of London*, série A, **222**, mai 1922, p. 167.

(3) Traduit dans le *Mémorial de l'Artillerie française*, **3**, f. 2, 1924, p. 701.

étaient respectivement déterminées à des coefficients constants près par

$$\psi(\sigma+v)=\varphi_1(r)=(r^2-r_0^2)^n, \qquad \psi(\sigma+v)=\varphi_2(r)=\int_{r_0}^{r}(r^2-r_0^2)^{n-1}\,dr.$$

2. Des remarques simples et un calcul direct très rapide permettent de parvenir aux mêmes conclusions quand n est un entier quelconque.

Il suffit en effet de noter d'une part que

$$(2)\quad \left(\frac{1}{\sigma}\frac{\partial}{\partial\sigma}\right)^{n-1}\frac{(r+r_0)^\lambda+(-1)^{\lambda-1}(s-s_0)^\lambda}{\sigma}=\begin{cases}0 & \text{si } \lambda<2p\\ \left(\frac{1}{2}\right)^p p! & \text{si } \lambda=2p+1\\ \left(\frac{1}{2}\right)^p (p+1)!(r-s+\sigma_0) & \text{si } \lambda=2p+2\end{cases}$$

et d'autre part qu'il résulte du développement (1) que pour $\psi=\varphi_1$ et $\psi=\varphi_2$ [fonctions qui s'annulent ainsi que leurs dérivées jusqu'à l'ordre $(n-1)$ pour $r=r_0$] les expressions de Z sont nulles pour $r=r_0$.

Si l'on remplace enfin dans Z [formule (1)] la fonction ψ respectivement par φ_1 et φ_2 développés en fonction des puissances de $(r+r_0)$, il apparaît alors immédiatement, compte tenu des relations (2), que Z_1 et Z_2 sont obtenus en prenant pour fonctions ψ respectivement

$$\psi=\psi_1(r)=\frac{1}{r_0+s_0}\,\frac{2^{n-1}}{n!}(r^2-r_0^2)^n,$$

$$\psi=\psi_2(r)=\frac{2^{n-1}}{(n-1)!}(2n-1)\int_{r_0}^{r}(r^2-r_0^2)^{n-1}\,dr.$$

3. Dans les applications il est utile de pouvoir calculer les coefficients A_p^q des développements (1). Ils sont tels que

$$A_1^p=1, \qquad A_{p+1}^p=A_p^p, \qquad A_{p+1+h}^p=0$$

et ils satisfont à la loi de récurrence

$$A_q^{p+1}=(p+q-1)A_{q-1}^p+A_q^p,$$

d'où l'on déduit

$$A_q^p=\frac{(p-q+2)(p-q+3)\ldots(p+q-1)}{(q-1)!}\left(\frac{1}{2}\right)^{q-1}.$$

4. Enfin l'application de la formule (1), donne pour $s=s_0$,

$$\left\{\left(\frac{1}{\sigma}\frac{\partial}{\partial\sigma}\right)^p\frac{(r+r_0)^\lambda}{\sigma}\right\}_{s=s_0}=(r+r_0)^{\lambda-2p-1}\frac{\lambda(\lambda-1)\ldots(\lambda-p+1)}{2^p}\,h(p,\lambda-p),$$

$h(p, q)$ étant le nombre $H(p+1, -p, q+1, 1)$ quand H désigne la série hypergéométrique de Gauss $H(\alpha, \beta, \gamma, x)$. Il nous a paru intéressant de noter que les relations (2) peuvent encore se traduire par les relations numériques

$$h(p, q) = 0 \quad \text{si} \quad 0 < q \leq p,$$

$$h(p, p+1) = \frac{p!}{(p+2)(p+3)\ldots(2p+1)},$$

$$h(p, p+2) = \frac{1}{2}\,\frac{p!}{(p+3)(p+4)\ldots(2p+1)}.$$

ASTRONOMIE. — *Sur le groupement des périhélies planétaires.* Note [1] de M. **Jean Mascart**, présentée par M. Ernest Esclangon.

Soit r la distance au Soleil d'une petite planète dont l'orbite a pour éléments, avec les notations coutumières : a demi-grand axe, e excentricité, n moyen mouvement, ϖ et u anomalies vraie et excentrique ; et les mêmes quantités e', n', ϖ' et u' pour Jupiter ; θ l'élongation de la planète troublée par rapport à Jupiter, et l'origine du temps prise au moment où les deux astres passent ensemble à leurs périhélies respectifs ; θ_0 l'élongation (ou longitude) du périhélie de la petite planète.

Posons, dans le problème restreint (plan) :

$$\frac{n}{n-n'} = k+\varepsilon, \qquad r = \frac{a}{1+\rho}, \qquad R = 1 - \frac{r}{a} = \rho - \rho^2 + \rho^3 + \ldots,$$

R, en coordonnées polaires, représente la trajectoire de la planète autour de sa position moyenne, l'axe des x étant parallèle à la droite Jupiter-Soleil et l'on est ramené aux approximations successives d'une équation du second ordre.

On a, en première approximation,

$$R = p\cos k\theta + q\sin k\theta = e\,\frac{\cos\varpi + e}{1 + e\cos\varpi} = e\,\frac{\cos(\theta - \theta_0 + \varpi') + e}{1 + e\cos(\theta - \theta_0 + \varpi')},$$

et peut être développé en série selon les puissances croissantes de e avec des coefficients dépendant des lignes trigonométriques de ϖ.

On a bien, toujours, $\theta = \theta_0 + \varpi - \varpi'$ mais, même si e' est petit, on ne peut admettre que ϖ' soit égal à $n't$ pour une orbite circulaire de Jupiter, et

---

(1) Séance du 10 septembre 1934.

il faut choisir pour origine un phérihélie *vrai* de Jupiter, faute de quoi, lorsque l'inversion deviendra nécessaire, tous les termes de $n't$ (sauf le premier) renfermeraient $\sin k\theta$ en facteur et s'annuleraient pour la valeur $k\theta = 2\pi$. Dans ces conditions, on n'a qu'à utiliser les formules classiques

$$u - e\sin u = nt, \quad \cos w(1 - e\cos u) = \cos u - e,$$

pour obtenir les développements de u et w ou de u' et w', en séries ordonnées suivant les puissances de e ou de e'; d'où un développement de θ suivant les puissances des deux petites quantités e et e', les coefficients contenant les lignes trigonométriques de nt, $n't$, etc. C'est à ce moment qu'il faut faire l'inversion de cette dernière série pour obtenir au contraire la valeur de temps t, développée en fonction de θ suivant les puissances des e et e'; puis, portant cette valeur de t, soit dans w, soit dans w', on obtient le développement de R.

Application. — J'ai précédemment indiqué ([1]) que l'on pouvait obtenir des conséquences intéressantes en examinant l'état des perturbations pour deux élongations qui diffèrent de π et vais montrer comment ce procédé peut être généralisé en l'appliquant à l'importante lacune de l'anneau qui correspond à $k = 3/2$. Comme il existe dans les développements des termes très nombreux contenant les sinus des multiples de $k\theta$, on est conduit à s'en débarrasser par les deux valeurs $\theta = 0$ et $k\theta = 2\pi$ et à former la différence des perturbations correspondantes; pour cette région de $k = 3/2$, on parvient à la formule assez curieuse

$$\frac{1}{ee'}\left[R(0) - R\left(\frac{2\pi}{k}\right)\right]$$
$$= -4k\sin\frac{\pi}{k}\sin k\theta_0\left\{\cos\left[(k-1)\theta_0 - \frac{\pi}{k}\right] + 2e\cos k\theta_0\cos\left[(k-1)\theta_0 + \frac{\pi}{k}\right]\right\},$$

et les tables numériques très étendues que j'ai calculées indiquent ici que le premier membre est négatif ([2]); il doit donc en être de même pour le second membre.

Borné à son premier terme, le second membre sera négatif si θ_0 est com-

([1]) *Comptes rendus*, 199, 1934, p. 260.

([2]) Il faut faire ici une réserve pour le cas possible d'une planète qui aurait une *très faible* excentricité : dans ce cas, en effet, la position du périhélie est déterminée avec moins de précision et le calcul, plus délicat, exige certaines précautions, alors que, normalement, le calcul des perturbations est d'autant plus pénible que l'excentricité est plus forte.

pris dans un des deux arcs 60° à 120° et 240° à 360°, formant une zone possible totale de π.

Or j'ai calculé antérieurement les orbites rapportées à celle de Jupiter [1] ce qui permet d'avoir toutes les planètes voisinant cette relation de commensurabitité et l'on constate, tout d'abord, la grande dissymétrie dans le voisinage de cette lacune, dissymétrie que j'ai été le premier à signaler pour toutes les lacunes de l'anneau; de plus, on voit que sur les 15 planètes une seule, 329, s'écarte de la règle théorique. Il n'y a pas trop lieu d'en être surpris, d'abord parce que 329 a une *très faible* excentricité, 0,027, et aussi parce que son inclinaison dépasse 16° et la place assez mal dans le problème restreint : son cas fera donc l'objet d'une étude spéciale.

Planète.	n.	θ_0.	Planète.	n.	θ_0.	Planète.	n.	θ_0.
138.....	926″	299°	17........	914″	249°	46.....	884″	342°
189.....	925	354	248.......	913	243 [2]	292.....	882	316
11.....	924	306	335.......	913	276	355.....	877	74
198.....	920	341	329.......	911	204 [2]	89.....	870	341
178.....	919	251	$k = 3/2$.....	897	lacune	170.....	869	83

Il paraît y avoir là un intéressant sujet de recherches et il serait indispensable de compléter les vérifications en reprenant nos anciens calculs pour rapporter à l'orbite de Jupiter celles des nombreuses petites planètes aujourd'hui connues.

ASTRONOMIE PHYSIQUE. — *Polarisation des petites planètes.* Note de M. **Bernard Lyot**, présentée par M. Esclangon.

L'étude des grosses planètes, commencée en 1922 à l'aide d'un polarimètre à franges très sensible, a montré que leur lumière est partiellement polarisée. La proportion de lumière polarisée varie, en fonction de l'angle de phase, suivant une courbe particulière à chaque planète et caractéristique de la nature de son sol ou de son atmosphère. Il était très désirable d'effectuer le même travail sur quelques astéroïdes.

Le polarimètre visuel, adapté à l'étude des plages brillantes mesurant au

---

(1) *Bull. Astr.*, 16, juin 1899, p. 228.

(2) Ce nombre comporte une correction de 7° à cause des corrections apportées par les récents éléments du *Astronom. Rechen-Institut, Kleine Planeten*, Jahrgang 1934; Berlin, 1933.

moins 2″ de diamètre, ne permettait pas d'analyser directement la lumière de ces petits corps. Je l'ai utilisé indirectement, en passant par l'intermédiaire de la plaque photographique. La méthode employée est la suivante :

Le miroir ou l'objectif d'un grand instrument forme l'image de l'astre étudié sur une petite ouverture; derrière celle-ci un prisme biréfringent suivi d'une lentille à court foyer donne deux images contiguës de l'objectif ou du miroir sur une plaque photographique, selon le procédé indiqué par M. Fabry. Si la lumière de l'astre est polarisée parallèlement ou normalement au plan de section principale du biréfringent, l'une des images est plus intense que l'autre. L'opérateur effectue une série de poses juxtaposées en déplaçant, entre chacune d'elles, la plaque photographique dans son plan, normalement à la ligne qui joint les deux images. De plus, entre chaque pose et la suivante, il fait tourner de 90° le plan de polarisation de la lumière reçue par le biréfringent, au moyen d'une lame demi-onde qui précède le foyer de l'instrument. Il obtient ainsi une série de plages circulaires disposées en deux colonnes. Pour les poses impaires, par exemple, la plage de gauche est plus intense que celle de droite; l'inverse a lieu pour les poses paires.

La plaque photographique, une fois développée, est placée devant une source de brillance uniforme (lampe à verre opale). Une lentille précédée d'un rhomboèdre de spath projette l'image ordinaire d'une des plages et l'image extraordinaire de la plage correspondante, exactement superposées, sur un même diaphragme que ces images débordent légèrement. La lumière sortant du diaphragme est analysée avec le polarimètre à franges décrit précédemment [1]. Si les deux plages ont la même densité, cette lumière est naturelle; dans le cas contraire, elle est partiellement polarisée. La proportion de lumière polarisée ainsi reproduite est égale à celle de l'astre étudié multipliée par le facteur de contraste γ de la plaque photographique. La différence entre les moyennes des valeurs trouvées sur les poses paires et impaires, divisée par 2γ, donne la proportion de lumière polarisée cherchée.

La précision de ce procédé est beaucoup plus grande que celle que l'on obtient généralement en photométrie photographique :

---

(1) *Comptes rendus*, **177**, 1923, p. 1015; *Annales de l'Observatoire de Meudon*, **8**, 1, 1929, p. 12. Cette disposition est analogue à celle du photomètre de Wild et du microphotomètre différentiel réalisé indépendamment par Danjon, mais le polarimètre employé étant plus sensible, la précision obtenue est plus grande qu'avec ces deux appareils.

Les inégalités de sensibilité des différentes régions de la plaque affectent, en sens opposés, les poses paires et impaires et s'éliminent.

Les mesures sont faites au polarimètre sur chaque pose, avec une précision de 1 millième, elles introduisent dans le résultat général une erreur probable très inférieure à $1/1000\gamma$, que l'on peut négliger.

La cause principale d'erreur est l'irrégularité de distribution des grains de la plaque. Admettons, en première approximation, que celle-ci obéisse aux lois du hasard. Soient N le nombre des poses, $\Delta\pi$ l'erreur moyenne dont elle affecte chaque mesure. L'erreur probable sur la proportion cherchée serait

$$\Delta p = \frac{\Delta\pi}{\gamma\sqrt{N}}.$$

L'égalité des opacités des deux plages contiguës est définie, en général, à 1 pour 100 près environ, ce qui correspond à une erreur $\Delta\pi$ de 5 millièmes. Admettons d'autre part, par exemple, $N = 16$ et $\gamma = 1,5$. La formule donne $\Delta p = 0,00083$. 16 poses suffiraient donc pour obtenir une précision supérieure au millième.

J'ai expérimenté cette méthode en laboratoire, au mois de janvier 1924 et sur le ciel, en mars 1926. Les mesures faites en laboratoire ont donné une précision supérieure à celle que la formule indiquait. Sur le ciel, des séries de 8 à 12 poses obtenues avec une lunette de 175^{mm} d'ouverture sur les étoiles α, γ et δ Leonis, α Virginis et α Hydræ ont donné des proportions de lumière polarisée généralement inférieures à 1 millième et toujours inférieures à l'erreur probable.

Ces résultats m'ont amené à entreprendre l'étude des astéroïdes avec le télescope de 1^{m} d'ouverture de l'Observatoire de Meudon. J'ai obtenu, à des dates échelonnées entre le 24 mars et le 25 mai 1934, 12 clichés de Vesta comportant chacun 32 à 56 poses. Les temps de poses variaient de 1 minute vers l'opposition à 3 minutes vers la quadrature. Lorsqu'il y avait clair de Lune, l'opérateur réduisait la surface du trou sur lequel se formait l'image de l'astéroïde et il prenait quelques poses supplémentaires avec un diaphragme plus grand. On pouvait ainsi déterminer l'erreur due à la lumière du ciel et effectuer la correction. Sept clichés, obtenus dans de bonnes conditions, ont fourni la proportion de lumière polarisée avec des erreurs probables de 0,7 à 1,3 millième. 4 d'entre eux donnaient, en outre, le plan de polarisation.

L'angle de phase de Vesta a varié entre 6°,6 et 25°,6. Le plan de polarisation s'est toujours montré perpendiculaire au plan passant par le Soleil, comme pour la Lune. La proportion de lumière polarisée est passée par un

maximum de 9 millièmes pour un angle de 14° environ et paraît devoir s'inverser pour un angle de 27°. La polarisation est plus faible que celle de la Lune (dont le maximum est 12°) et l'angle d'inversion est plus grand (23° pour la Lune). Les points représentant la proportion de lumière polarisée en fonction de l'angle de phase s'alignent d'une manière satisfaisante sur une courbe intermédiaire entre celle de la Lune et celle que donne un morceau de craie.

Ces mesures seront poursuivies sur d'autres astéroïdes et fourniront sans doute des données précises sur la nature de la surface de ces petits astres.

ASTRONOMIE STELLAIRE. — *La rotation différentielle des courants de la Grande Ourse, du Taureau et du Scorpion-Centaure.* Note de M[lles] **Renée Canavaggia** et **Marie-Louise Fribourg**, présentée par M. Ernest Esclangon.

1. Il est connu qu'en première approximation, les vitesses spatiales des étoiles d'un courant sont parallèles et que ces astres paraissent constituer un groupe permanent dans le temps. La découverte récente de la rotation différentielle de la Voie lactée pose, vis-à-vis de ces courants, un important problème : *Si les étoiles appartenant à un courant présentent l'effet de rotation différentielle, et si leur mouvement est circulaire comme on le suppose dans la théorie classique, le courant doit se désagréger en moins d'une rotation de la Voie lactée, c'est-à-dire en* 100 *millions d'années environ; les courants d'étoiles seraient ainsi des formations éphémères.* Il est important de voir si les étoiles d'un courant manifestent la rotation différentielle des autres étoiles.

2. Nous avons étudié, dans ce but, les courants de la Grande Ourse et du Taureau, et appliqué à ces astres la méthode de M. Henri Mineur [1], la seule applicable dans le cas présent. Celle-ci consiste à représenter les deux premières composantes (X, Y) de la vitesse des étoiles situées au point (x, y) du plan galactique par des formules linéaires telles que

$$X = a_0 + a_1 x + a_2 y,$$
$$Y = b_0 + b_1 x + b_2 y,$$

d'où l'on peut déduire les constantes classiques l_0, A, B.

---

(1) *Bulletin astronomique*, 7, IX, 1932, p. 383, et 8, V, 1933, p. 227; voir également *Comptes rendus*, 197, 1933, p. 1194.

Voici les résultats auxquels nous sommes parvenus :

Nombre d'étoiles.	a_0.	a_1.	a_2.	b_0.	b_1.	b_2.	l_0.	A.	B.
				Courant de la Grande Ourse.					
76....	+13,3	−0,015	−0,061	− 6,7	+0,003	+0,036	342°	−0,036	+0,100
	±0,5	±0,009	±0,016	± 0,4	±0,008	±0,015			
				Courant du Taureau.					
200....	−40,5	+0,007	−0,017	+ 5,5	+0,009	−0,020	305	+0,012	+0,013
	± 0,4	±0,005	±0,010	± 0,3	±0,004	±0,007			
				Courant du Scorpion-Centaure.					
108....	− 3,5	+0,050	+0,160	−11,1	−0,049	+0,031	355	+0,056	−0,105
	± 1,4	±0,009	±0,009	± 1,7	±0,011	±0,011			
				Étoiles ordinaires.					
—......	−16,4	+0,014	+0,023	− 7,0	−0,007	−0,014	330	+0,016	−0,015

Par suite de la faible extension des courants dans l'espace (150 parsecs), les erreurs moyennes des coefficients sont assez élevées; on constate cependant que les trois amas étudiés présentent une rotation différentielle avec des constantes très différentes des constantes classiques.

3. La rotation différentielle est due à l'attraction de l'ensemble de la Voie lactée sur chaque étoile, un groupe stellaire ne peut y échapper que si l'attraction mutuelle de ses membres provoque une rotation du groupe sur lui-même, ce qui ne peut être le cas des courants étudiés ici, car ils comprennent trop peu d'étoiles. L'explication la plus plausible nous paraît être la suivante :

Les courants étudiés ici ont, dans la Voie lactée, une trajectoire allongée et non circulaire comme l'ensemble des étoiles que l'on a étudié jusqu'à présent; une théorie complète de la rotation galactique devra expliquer les variations des constantes de la rotation différentielle pour les diverses trajectoires possibles, si nos résultats sont confirmés.

PHYSIQUE THÉORIQUE. — *Axiomatique de la théorie des photons de M. Louis de Broglie et superquantification.* Note de M. **Jean-Louis Destouches**, présentée par M. Louis de Broglie.

1. M. L. de Broglie a établi (1) l'équation d'ondes du photon qui constitue l'achèvement d'un premier stade de sa théorie de l'électromagnétisme. Nous voulons tenter ici d'en fixer l'axiomatique.

Le fait intéressant est que cette théorie rentre exactement dans le cadre logique de la Mécanique ondulatoire générale que nous avions précédemment définie (2); il suffit alors de prendre pour base ses concepts et postulats en y ajoutant les précisions qu'on doit donner pour chaque Mécanique particulière, c'est-à-dire : 1° l'espace configuratif, ce sera l'espace euclidien à trois dimensions (R_3), les coordonnées d'un point caractérisant la position d'un photon; 2° l'opérateur hamiltonien $\mathbf{H}$, c'est celui défini par l'équation des photons de Louis de Broglie; 3° l'espace des fonctions d'ondes, ce sera, en vertu des 16 composantes de la fonction d'ondes, l'espace (ψ_{16}), c'est-à-dire celui applicable sur l'espace de Hilbert dont les éléments sont constitués par l'ensemble de 16 fonctions de carré sommable, ce qui traduit le fait que le photon est constitué par deux particules. A l'espace (ψ_{16}) nous donnons le nom d'*espace-produit indiciel* des deux espaces (ψ_4) associés à chaque demi-photon. D'une façon générale, à un système ou à une particule complexe, formé à partir de n particules a_1, a_2, ..., a_n, auxquelles sont respectivement associés des espaces (ψ_α), (ψ_β), ..., (ψ_λ), on doit associer un espace de fonctions d'ondes ($\psi_{\alpha,\beta,\ldots,\lambda}$), qui est le produit indiciel des différents espaces composants; 4° les opérateurs mécaniques ayant un sens physique, ce seront ceux définis par M. Louis de Broglie associés aux potentiels et champs électromagnétiques.

Ceci nous conduit à l'énoncé suivant des concepts et postulats :

1° Concept *photon* (*ou demi-photon*).

2° Postulat 1 : *A chaque photon est attaché un point* M *de l'espace euclidien* (R_3) *lié à l'observateur.*

3° Concept *grandeur mécanique* (*ou électromagnétique*) *attachée à un photon.*

4° Postulat 2 : *A toute grandeur mécanique ou électromagnétique correspond un opérateur linéaire.*

---

(1) *Comptes rendus*, **198**, 1934, p. 135, et **199**, 1934, p. 445.

(2) *Comptes rendus*, **197**, 1933, p. 552; *Actualités scient.*, **140**, 1934.

5° Définitions des valeurs propres, fonctions propres et différentielles propres.

6° Postulat 3 : *Premier principe de Quantification : Les fonctions propres dans le cas d'un spectre discontinu et les différentielles propres dans le cas d'un spectre continu doivent être uniformes et appartenir à l'espace* (ψ_{16}) *défini ci-dessus.*

7° Postulat 4 : *Les opérateurs mécaniques ou électromagnétiques doués d'un sens physique doivent être des opérateurs de l'espace* (ψ_{16}) *et posséder un spectre tel que les fonctions propres du spectre discontinu et les différentielles propres du spectre continu forment un système de base complet pour les fonctions de l'espace* (ψ_{16}) *des variables intéressant l'opérateur considéré.*

8° Postulat 5 : *Second principe de Quantification ou principe des valeurs propres.*

9° Postulat 6 : *Principe d'évolution : L'état d'un photon est, à chaque instant* t, *représenté par une fonction de point de* (R_3) *et du temps*, Φ, *qui doit appartenir à l'espace* (ψ_{16}) *et être solution de l'équation d'ondes du photon de Louis de Broglie.*

10° Postulat 7 : *Principe de décomposition spectrale.*

11° Définitions des opérateurs utilisés : $\mathbf{Q}_i$, $\mathbf{P}_i$, $\mathbf{A}_i$, et de ceux qui en dérivent.

On peut donner une forme plus relativiste à ces postulats en considérant l'espace-temps au lieu de (R_3) et l'opérateur $\mathbf{L}$ au lieu de l'hamiltonien $\mathbf{H}$.

Le caractère essentiel de la théorie est marqué par l'espace (ψ_{16}).

2. Considérons maintenant une assemblée de photons. Puisque la nouvelle théorie du photon rentre dans le cadre de la Mécanique ondulatoire générale, on peut lui en appliquer les conséquences et effectuer le passage à la superquantification. Considérons en particulier, comme fonctions de base dans l'espace (ψ_{16}), les fonctions propres de l'opérateur d'énergie : ce seront des éléments de (ψ_{16}) dont chaque composante correspondra aux divers spins. Posons, suivant nos notations habituelles,

$$K_{rl} = (\varphi_r . \mathbf{L} \varphi_l);$$

si y_r est la $r^{\text{ième}}$ composante de Φ, on a

$$\frac{h}{2\pi i}\frac{dy_r}{dt} = \Sigma_l K_{rl} y_l.$$

Ces équations définissent le mouvement du point Φ dans l'espace (ψ_{16}). En passant de là à la Mécanique ondulatoire dans (ψ_{16}) on obtient la

superquantification pour les photons de Louis de Broglie. *Si l'on passe alors de l'espace* (ψ_{16}) *à l'espace* (n), *on retombe sur la même équation formelle que celle adoptée par Dirac* [1] *pour la théorie du rayonnement.* Mais l'opérateur **L** de de Broglie étant différent de celui de Dirac, les résultats numériques différeront : la théorie de Dirac apparaît comme une première approximation. Ainsi, en utilisant les théorèmes de la Mécanique ondulatoire générale sur la superquantification, la théorie du rayonnement de Dirac se trouve rattachée à la théorie des photons de Louis de Broglie. Cette dernière englobe tous les résultats de la première.

Conclusion. — Dans cette Note nous avons voulu d'abord montrer que l'axiomatique de la nouvelle théorie des photons de M. Louis de Broglie rentrait dans le cadre de la Mécanique ondulatoire générale que nous avons construite, ce qui confère à celle-ci un intérêt nouveau. Puis, en utilisant le passage à la superquantification, nous avons établi que la théorie du rayonnement de Dirac apparaissait comme une première approximation de la nouvelle théorie des photons.

MAGNÉTISME. — *Sur une méthode de mesure absolue des coefficients d'aimantation et des susceptibilités magnétiques des liquides.* Note de MM. **Gaston Dupouy** et **Charles Haenny**, présentée par M. A. Cotton.

Nous avons mis au point un dispositif de mesure des coefficients d'aimantation et des susceptibilités magnétiques des liquides. La méthode que nous utilisons dérive de celle du cylindre de Gouy, mais elle présente sur celle-ci, dans le cas des liquides, certains avantages.

Si une substance ayant la forme d'une baguette cylindrique est placée dans un champ magnétique de telle sorte que l'une de ses bases soit dans une région de champ uniforme $\mathcal{H}$ et que l'autre extrémité se trouve dans un champ h, elle est soumise à une force dirigée suivant l'axe du cylindre et donnée par l'expression :

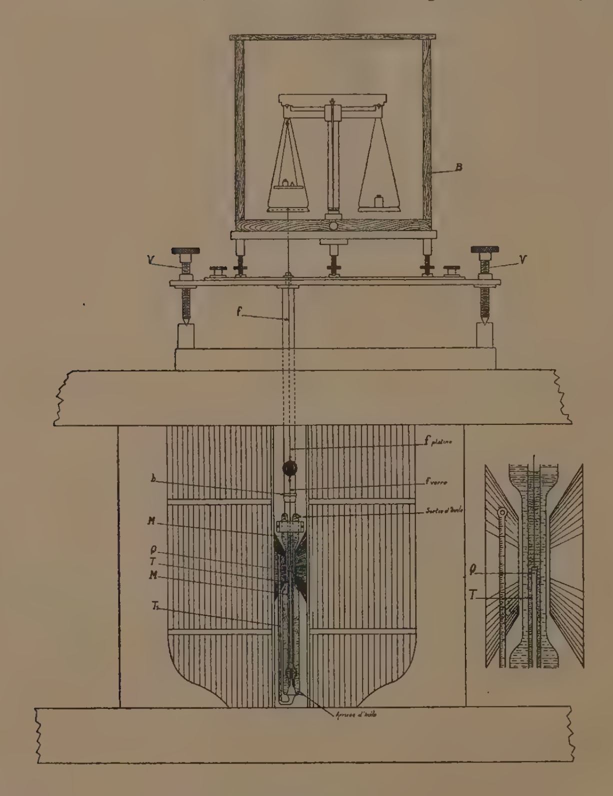
$$f = \frac{1}{2}(\chi_s - \chi_l)(\mathcal{H}^2 - h^2)\mathrm{S},$$

où S désigne la section droite de la baguette et χ_l, χ_s les susceptibilités absolues (prises par rapport au vide) du milieu ambiant et de la baguette.

(1) *Proc. Roy. Soc.*, **114**, 1927, p. 243.

Si l'on voulait mesurer par ce procédé la susceptibilité d'un liquide en plaçant celui-ci dans un tube de verre, la section de ce tube devrait être constante et bien connue dans la région où le champ varie rapidement. Or cette condition est très difficile à réaliser. C'est pourquoi nous avons utilisé le dispositif suivant. Une baguette de quartz plonge dans le liquide dont on veut connaître les propriétés magnétiques. On mesure la susceptibilité apparente du quartz par rapport au liquide ; on a déterminé au préalable la susceptibilité de la baguette, on calcule celle du liquide.

Nous avons réalisé un solide, très bien défini au point de vue géométrique, en



prenant non pas un cylindre, mais une baguette très homogène, taillée dans un bloc de quartz naturel, sous la forme d'un parallélépipède droit allongé de 180^{mm} de longueur et dont la section droite est à peu près un carré de 5^{mm} de côté ; les faces planes parallèles à l'axe de la baguette sont travaillées optiquement. La longueur de chaque côté

de la section droite est certainement connue dans les différentes régions de la baguette avec la précision du micron (mesures faites au Pavillon de Breteuil).

La figure représente notre montage. Le champ magnétique est fourni par la maquette du grand électroaimant de l'Académie des Sciences; cet instrument donne, avec des pièces polaires en ferro-cobalt de 61^{mm} de diamètre distantes de 20^{mm}, un champ de 30678 gauss, très uniforme au voisinage du centre. Sur les poutres de fer formant la partie supérieure de la culasse repose une balance B à l'un des plateaux de laquelle on suspend au moyen d'un fil de platine *f* la baguette de quartz Q. Un plateau à vis calantes V sert à effectuer le réglage précis de la position de la baguette dans l'entrefer. Pour tenir la baguette nous avons fait forer vers l'un des bouts, deux petits trous dans lesquels s'engagent les pointes d'un petit étrier fait en un métal élastique inattaquable aux acides. Le tube de verre T contenant le liquide a 10^{mm} de diamètre intérieur; il est fermé à la partie inférieure par un bouchon rodé pratiqué sur la tige d'un thermomètre à mercure T_1 (convenablement coudé pour faciliter les lectures).

Afin de pouvoir étudier la variation des propriétés magnétiques des liquides avec la température, nous avons disposé à l'extérieur du tube T un manchon cylindrique M portant deux aplatissements dans la région où ce manchon doit pénétrer dans l'entrefer. Nous faisons alors circuler autour du tube T un courant d'huile qui provient d'un thermostat auquel l'appareil est relié par une canalisation métallique bien calorifugée. Nous pouvons maintenir la température constante dans le liquide étudié à mieux que $1/10^e$ de degré et l'emploi de deux thermomètres nous permet de constater l'homogénéité de température de la colonne liquide de bas en haut.

Cette méthode qui ne nécessite que des manipulations très simples, puisque pratiquement tout se réduit à des pesées, se prête fort bien à des mesures absolues de précision. Pour des solutions dont le coefficient d'aimantation est de l'ordre de 10^{-5} la force à mesurer dépasse 1^g : on peut donc apprécier des coefficients d'aimantation de l'ordre de 10^{-9}. Un autre avantage de cette méthode réside dans le fait que la mesure de la poussée subie par la baguette en l'absence de champ magnétique fournit immédiatement, à chaque température, la densité du liquide étudié, ce qui permet de connaître simultanément la susceptibilité et le coefficient d'aimantation. La dilatation du liquide qui, dans la méthode habituelle du cylindre, aurait pour effet de modifier le niveau du liquide dans le tube de verre, ne joue plus aucun rôle perturbateur : l'étude des variations thermiques des propriétés magnétiques est très commode. La quantité de liquide nécessaire dans nos mesures est de 20^{cm^3}. Enfin il sera possible d'adapter cette méthode à l'étude des gaz liquéfiés et des gaz eux-mêmes.

MAGNÉTOOPTIQUE. — *Sur l'extinction magnétique de la fluorescence des molécules diatomiques de sélénium.* Note [1] de M. **Jean Genard**, présentée par M. A. Cotton.

Nous avons exposé [2] nos récents résultats relatifs à l'action du champ magnétique sur les fluorescences des molécules I_2, S_2 et Te_2.

Reprenant la même disposition instrumentale, nous sommes parvenus à mettre en évidence, à l'aide du gros électroaimant de Bellevue, une action très nette du champ sur la fluorescence des molécules de sélénium.

Cette fluorescence est fortement émise par les raies λ 4047 et λ 4359 du Hg. Elle est constituée de beaux doublets de rotation accompagnés d'assez nombreuses raies supplémentaires qui révèlent une excitation relativement complexe.

Nos clichés de mesures photométriques de l'action du champ magnétique n'étant pas encore dépouillés, nous donnerons seulement ici quelques résultats observés visuellement sur les plaques. Les résultats numériques précis seront publiés prochainement.

1° La fluorescence de Se_2, excitée par les raies λ 4047 et λ 4359 du Hg paraît diminuée, en moyenne, d'environ 40 à 50 pour 100 par un champ de 43000 gauss.

2° La série excitée par λ 4359 est plus fortement affaiblie que celle émise par λ 4047.

3° Les divers termes d'une même série paraissent différemment éteints.

4° Dans un même multiplet, l'extinction des diverses composantes est variable, quelques raies sont toutefois fortement renforcées par la présence du champ.

5° En général, la composante de plus petite fréquence des doublets de rotation est beaucoup plus affaiblie que la composante de grande fréquence.

Dès maintenant, on peut affirmer que, dans le cas du sélénium, l'action du champ magnétique est notablement plus complexe que dans le cas de l'iode; tout porte à croire d'ailleurs que les niveaux normaux de la molécule sont perturbés par le champ.

---

(1) Séance du 15 octobre 1934.

(2) *Comptes rendus*, **197**, 1933, p. 1104 et 1402; **198**, 1934, p. 816; *Physica*, **1**, IX, 1934, p. 849.

PHYSIQUE COSMIQUE. — *Analyse du rayonnement cosmique en haute altitude*. Note [1] de MM. **Pierre Auger** et **Louis Leprince-Ringuet**, présentée par M. Jean Perrin.

1. On sait que le rayonnement cosmique, mesuré par l'ionisation qu'il détermine dans un certain volume de gaz, augmente dans la proportion de 1 à 3 lorsqu'on s'élève jusqu'à 3500^{m} d'altitude. Nons avons voulu analyser cette augmentation d'intensité, en séparant le rayonnement cosmique en différentes composantes mesurables isolément. Les mesures ont été faites au Laboratoire international du Jungfraujoch, partie sur la terrasse du laboratoire, partie dans une chambre creusée dans le glacier, et située à 4^{m} de la surface : cette épaisseur de glace est équivalente, en masse, à l'épaisseur d'air comprise entre l'altitude de 3500^{m} et le niveau de la mer.

2. Si l'on fait fonctionner en coïncidence trois compteurs de Geiger-Muller disposés verticalement, on mesure le nombre de particules cosmiques (particules ionisantes, c'est-à-dire électrons des deux signes, protons, etc.), qui arrivent, par minute, dans cette direction. Si l'épaisseur des compteurs est faible, on peut admettre que presque toutes les particules sont comptées. En disposant ensuite entre les compteurs des écrans de plomb d'épaisseurs croissantes, les nombres mesurés décroissent d'abord vite (jusqu'à 4^{cm} de Pb), puis lentement [2]. On voit donc que l'on peut séparer les rayons corpusculaires cosmiques en deux groupes, le groupe mou qui est complètement arrêté par 10^{cm} de plomb, et par conséquent, ne présente pas des énergies cinétiques supérieures à quelques centaines de millions d'électrons-volts, et le groupe dur qui traverse plusieurs dizaines de centimètres de plomb et dont l'énergie est très supérieure à 10^{9} eV. Ce partage peut être fait simplement en mesurant les nombres de coïncidences, avec les mêmes compteurs, avec des écrans de plomb interposés (20^{cm}, par exemple), et sans écrans : c'est ainsi que nous avions opéré l'an dernier au cours d'un voyage d'études [3], en des lieux de latitude différente, au niveau de la mer. Le résultat a été sensiblement constant, montrant la présence de 70 pour 100 de corpuscules durs.

Une autre analyse résulte de la mesure des gerbes, c'est-à-dire des

(1) Séance du 15 octobre 1934.

(2) Rossi et collaborateurs, *La Ric. Scientif.*, 1, vi, 1934, p. 559.

(3) P. Auger et L. Leprince-Ringuet, *Comptes rendus*, 197, 1933, p. 1242.

corpuscules associés, arrivant simultanément suivant des trajectoires voisines. On peut faire cette mesure en utilisant des compteurs disposés non pas dans un plan vertical, mais en « berceau », et en plaçant au-dessus, suivant le dispositif adopté par Rossi et d'autres, une plaque de plomb d'épaisseur convenable pour avoir l'effet maximum, soit environ 2^{cm}. Le nombre de coïncidences triples obtenu est considéré comme une mesure du nombre de gerbes, mesure sans valeur absolue naturellement, mais qui peut être comparée aux résultats avec compteurs verticaux.

3. Les appareils qui nous ont servi sont essentiellement les mêmes que l'an dernier [1], nous avons seulement remplacé les thyratrons par des relais compteurs à mouvement d'horlogerie enregistrant les coïncidences à la sortie du sélecteur. Le dispositif vertical à trois compteurs permettait l'interposition de 20^{cm} de plomb.

Le dispositif à gerbes était établi suivant le plan de celui de Gilbert [2], c'est-à-dire de telle sorte qu'il faille trois trajectoires corpusculaires venant du plomb pour donner une coïncidence triple. L'ensemble des appareils et piles de tension était enfermé dans des boîtes thermostatiques.

Les mesures ont été faites à l'air libre (avec seulement une bâche de protection contre la neige) et d'autre part sous 4^{m} de glace. Les résultats de ces deux séries de mesures sont résumés dans le tableau ci-dessous où les chiffres indiquent le nombre de coïncidences par minute. Le nombre total d'impulsions correspondant à chaque expérience est, suivant les cas, de 600 à 1000.

	A l'air libre.	Sous 4^{m} de glace.
Compteurs verticaux, sans plomb............	1,9	1,1
» » avec 20^{cm} de plomb.....	1,0	0,76
» en berceau, sans plomb............	0,7	0,55
» » avec 2^{cm} de plomb.....	1,65	0,55

Pour établir des résultats comparables entre les deux séries, il a fallu faire subir une correction à celles des mesures faites sur la terrasse, parce que le très grand nombre d'impulsions propres de chaque compteur (200 par minute) diminuait l'efficacité du dispositif à coïncidences. Cette correction a été faite très simplement en égalisant à l'aide d'une petite source radioactive les nombres d'impulsions propres des compteurs dans toutes les expériences.

---

(1) P. Auger et L. Leprince-Ringuet, *Journal de Physique*, 5, 1934, p. 193.

(2) *Proc. Roy. Soc.*, **144**, 1934, p. 559.

4. On voit d'après ces nombres que la proportion de rayons durs corpusculaires qui est de 70 pour 100 au niveau de la mer tombe à 52 pour 100 à 3500^m d'altitude, et revient à 70 pour 100 sous l'écran de glace comme il était à prévoir. Autrement dit, comme l'ensemble des rayons corpusculaires passe de 1,9 à 1,1 en traversant 4^m de glace, cette diminution se fait presque uniquement sentir sur les rayons mous, qui tombent de 0,9 à 0,24. Les rayons corpusculaires durs ne baissent que de 1,1 à 0,76. Si l'on examine ce qui se passe pour les gerbes (en ne considérant que les nombres obtenus avec 2^{cm} de plomb superposé) on voit que la variation suit celle des rayons mous et pas du tout celle des rayons durs ([1]). On peut supposer que les gerbes constituent la plus grande partie de ces rayons mous. Dans ces conditions il devient évidemment difficile d'attribuer les gerbes à un effet secondaire (ou tertiaire) *local* des rayons corpusculaires durs. Il est nécessaire d'invoquer la présence d'un autre rayonnement producteur de gerbes, peut-être du type γ, et qui serait très absorbable dans l'atmosphère.

CHIMIE MINÉRALE. — *Sur les mélanges humides de chlorates et de soufre et sur quelques autres réactions des chlorates humides.* Note de M. **Jean Amiel.**

Cas du soufre. — M. Taradoire ([2]) prétend que l'inflammation spontanée des mélanges humides de soufre avec les chlorates de baryum ou de plomb est contraire aux résultats que j'avais publiés ([3]). Or ce phénomène est le point de départ même de mes travaux. J'aurais dû écrire, à propos des substances organiques, « inflammation immédiate » au lieu d' « inflammation ». De telles imprécisions sont peut-être regrettables, j'en conviens, mais elles n'ont jamais constitué des négations.

L'inflammation avec explosion du soufre par ClO^2 se trouve mentionnée, sinon dans la première publication de Davy, du moins, dès 1818, dans le Mémoire de Frédéric Stadion ([4]) et depuis lors dans presque tous les traités classiques. Mais on sait bien aussi que cette inflammation est beaucoup

([1]) Ce serait également le cas des *bursts* ou grosses ionisations soudaines observées dans les appareils électrométriques, d'après des mesures récentes de A. H. Compton.

([2]) *Comptes rendus*, 199, 1934, p. 603.

([3]) *Comptes rendus*, 198, 1934, p. 1033; *Bull. Soc. chimique de France*, 5e série, 1, 1934, p. 465.

([4]) Frédéric Stadion, *Annales de Chimie et de Physique*, 2e série, 8, 1818, p. 406.

plus facile en présence de matières organiques, comme le papier, le liège, les gommes, le sucre, etc. Si l'on prend de petites quantités du mélange l'inflammation ne sera possible que dans ce dernier cas; si la masse est plus grande, l'inflammation sera immédiate au lieu de nécessiter quelques minutes ou quelques heures. (M. Taradoire n'a précisé ni la masse utilisée, ni les échanges avec l'extérieur.)

Si la production de ClO^2 n'est pas absolument nécessaire pour expliquer le mécanisme même de l'inflammation, elle est bien suffisante. D'ailleurs Oeschli [1] et Lehner [2] ont montré que l'action de SO^4H^2 sur ClO^3H fournissait du bioxyde de chlore; M. Taradoire n'a nullement prouvé qu'il y avait inflammation avant que la réaction précédente ait pu commencer. Il était aussi intéressant d'insister davantage sur la formation de chlorure de soufre dont l'odeur est si caractéristique.

Autres réactions des chlorates en présence d'eau. — Ils réagissent, comme je l'ai montré, très vivement sur le sélénium et très peu sur le tellure [3]. Avec le phosphore blanc il y a explosion, avec le phosphore rouge inflammation au bout de quelques instants; l'arsenic pulvérisé réagit encore avec incandescence. On n'observe pratiquement rien avec l'antimoine, le bismuth, le charbon de bois, le graphite, l'étain; les métaux usuels pulvérisés ne sont presque pas altérés.

Les sulfures et les séléniures sont en général plus difficiles à oxyder et à chlorurer que le soufre et le sélénium [3]. Mais il y a des exceptions. Le précipité fourni par SH^2 dans une solution d'un sel cuivrique, lavé puis séché quelques heures vers 70°, donne avec les solutions concentrées d'acide chlorique ou d'un chlorate d'un métal de la série magnésienne une vive explosion; on observe l'incandescence avec S^3Sb^2, S^3As^2, SSn, S^2Sn, préparés par voie humide; la stibine, l'orpiment, le réalgar réagissent moins vite.

Réactions en présence de matières organiques. — Comme l'écrit M. Taradoire, on peut se placer dans diverses conditions pour étudier l'action réductrice du soufre sur les chlorates. On peut, par exemple, opérer, comme je l'ai indiqué, au sein de liquides organiques; le sélénium est alors d'un emploi plus commode, mais donne les mêmes résultats que le soufre : oxydation et chloruration, l'une ou l'autre pouvant prédominer. C'est

---

(1) *Zeitschrift f. Elektrochemie*, 9, 1903, p. 807.

(2) Lenher, Stone et Skinner, *Journ. Am. Chem. Soc.*, 44, 1922, p. 143.

(3) J. Amiel, *Bulletin de la Société chimique de France*, 5e série, 1, 1934, p. 465.

ainsi qu'avec des alcools de la série grasse on obtient surtout des aldéhydes, au sein de l'alcool benzylique de l'aldéhyde benzoïque, puis avec un excellent rendement de l'acide benzoïque [1]. Avec le toluène au contraire il se forme surtout du chlorure de benzyle.

MÉTALLURGIE. — *Quelques conditions à réaliser dans les essais de corrosion des aciers en milieu humide*. Note de MM. **Albert Portevin** et **E. Herzog**, présentée par M. Henry Le Chatelier.

Pour qualifier l'attitude des métaux vis-à-vis de la corrosion par les agents naturels, la faveur va actuellement aux essais au brouillard, salin ou acide, et aux essais par immersions et émersions alternées que l'on considère comme représentant respectivement la corrosion atmosphérique et la corrosion aqueuse.

L'emploi de ces modes d'essais, dans les conditions usuellement adoptées, en vue de nous rendre compte de l'effet de faibles additions de divers éléments (Al, Cu, Cr, Mo, Ni, Si, Ti, W, etc.), sur la corrosion des aciers doux ordinaires, nous a fait apparaître une dispersion trop élevée des résultats (atteignant et dépassant parfois 30 pour 100 dans les essais au brouillard salin) et une comparabilité insuffisante dans le temps.

Nous avons donc procédé à une étude méthodique des divers facteurs en vue de réduire l'influence des causes d'erreurs.

La corrosion a été caractérisée par perte de poids (après dérouillage électrolytique dans les solutions de soude à 15 pour 100, puis d'acide citrique à 10 pour 100) de tôles de $1^{mm},5$ d'épaisseur, préalablement polies au papier émeri de finesse constante, en divers aciers extra-doux ordinaires ou à faibles teneurs en éléments spéciaux; essai complété par examen du type de corrosion et par essais d'emboutissage.

Les milieux d'attaque étaient la solution de sel marin à 3 pour 100, l'eau de mer de diverses provenances et les solutions d'acide sulfurique à diverses concentrations et convenablement renouvelées.

D'après les résultats, les facteurs sur l'influence desquels il nous a paru particulièrement opportun d'attirer l'attention sont les suivants :

A. *Pour les essais de corrosion par immersions et émersions alternées* (dans l'eau de mer) :

---

(1) *Bulletin de la Société chimique de France*, 5e série, 1, 1934, p. 466.

1° *La température.* — L'attaque augmente très rapidement de 20° à 40° jusqu'à 200 pour 100 de la valeur à 20°, puis plus lentement ensuite jusque vers 60°;

2° *L'humidité.* — La perte de poids croît avec l'humidité de l'air, la différence étant de 30 pour 100 entre 40 et 70 pour 100 d'humidité, elle n'est plus que de 10 pour 100 entre 70 et 90 pour 100 d'humidité.

Enfin, il convient de préciser le rythme des alternances qui influe surtout sur les résultats tant que l'échantillon ne sèche pas complètement lors de l'émersion : par exemple, on peut noter une perte de poids de 30 pour 100 plus forte en passant des émersions très courtes (2 secondes) aux émersions longues (15 minutes).

Il est à noter que l'emploi de la solution de chlorure de sodium à 3 pour 100 au lieu d'eau de mer donne des résultats qui diffèrent, non seulement au point de vue de la perte de poids par corrosion (plus forte de 50 à 60 pour 100 pour l'acier extra-doux ordinaire), mais aussi quant au mode de corrosion (tendance à la formation de cavités et sillons) et à la nature des produits de corrosion (noir avec formule se rapprochant de la magnétite Fe^3O^4, au lieu de la couleur rouille avec prédominance de Fe^2O^3 et présence de Ca, Si, Mg, Al dans le cas d'eau de mer).

B. *Pour les essais au brouillard*, il faut attacher en outre une grande importance à la densité et à la finesse du brouillard qui doivent être uniformes pour toutes les éprouvettes soumises à l'essai, d'où nécessité du brassage de ce brouillard et de sa filtration à travers un écran en toile métallique, et contrôlées, soit par observation directe, soit par le temps requis pour la précipitation des gouttelettes après arrêt des pulvérisateurs, arrêt qui a d'ailleurs un grand intérêt a être produit périodiquement.

En conséquence, on a établi des dispositifs tendant à réaliser la constance des divers facteurs et qui nous ont permis d'obtenir des résultats dont la dispersion ne dépasse pas 10 pour 100 de la valeur moyenne.

Mais en outre, pour assurer la comparabilité dans le temps des résultats, il faut avoir recours à des *éprouvettes étalons* ou *échantillons de tarage* établis après étude de l'influence, sur la corrosion, de la ségrégation dans le lingot d'acier et qui jouent le rôle des échantillons types en analyse chimique ou des barreaux de tarage pour les essais mécaniques.

Dans ces conditions, on peut aborder l'étude de l'influence de petites quantités d'additions sur la corrosion des aciers ordinaires en vue de réaliser économiquement une meilleure tenue à certaines corrosions. En particulier nous avons précisé les conditions dans lesquelles on peut obtenir une

influence favorable par addition de cuivre dans la corrosion acide et de chrome pour la corrosion saline.

Par exemple : une addition de 0,4 pour 100 Cu à un acier Martin extra-doux non calmé réduit au dixième de sa valeur la perte de poids par essais alternés dans la solution d'acide sulfurique à 30 pour 100 et 18°; une addition de 3 pour 100 Cr, à un acier extra-doux Martin affiné, diminue plus de moitié la perte de poids par l'eau de mer en brouillard et en essais alternés.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur la préparation du chlorure de vératryle et sur la formation du noyau dihydro-9.10-anthracénique.* Note de MM. **Pierre Carré** et **David Libermann**, transmise par M. G. Urbain.

Le chlorure de vératryle $C^6H^3(OCH^3)^2_{3.4}(CH^2Cl)_1$ a été préparé par Decker et Pschorr (1), puis par Tiffeneau (2), en traitant l'alcool vératrylique dissous dans un solvant anhydre, par le gaz chlorhydrique sec.

Lorsqu'on essaye de préparer ce chlorure par l'action du chlorure de thionyle sur l'alcool vératrylique on obtient un très mauvais rendement, alors que le chlorure de benzyle est formé quantitativement quand on traite l'alcool benzylique par le chlorure de thionyle. Nous avons réussi à transformer l'alcool vératrylique en chlorure de vératryle avec un assez bon rendement, 60 à 70 pour 100 de la théorie, par l'intermédiaire du chlorosulfite correspondant préparé selon la méthode indiquée par nous (3).

Un mélange équimoléculaire d'alcool vératrylique et de pyridine, dilué dans l'éther anhydre, est additionné d'une molécule de chlorosulfite d'éthyle. Il se forme ainsi un sulfite mixte d'éthyle et de vératryle, on filtre le chlorydrate de pyridine, à la solution éthérée du sulfite mixte on ajoute $1^{mol},1$ de chlorure de thionyle, on laisse 48 heures en contact; il se forme un mélange de chlorosulfite de vératryle et de chlorosulfite d'éthyle, on évapore l'éther et l'on distille dans le vide, il distille d'abord du chlorosulfite d'éthyle, puis le chlorosulfite de vératyle se décompose en gaz sulfureux et chlorure de vératryle qui est rectifié; le produit obtenu, recueilli entre 152 et 156° sous 10^{mm}, cristallise par refroidissement et fond à 48-49°.

D'autre part, Slotta et Lauersen (4) ont montré que, par l'action de l'acide chlorhydrique concentré sur l'alcool diméthoxy-3.4-nitro-2-benzylique

---

(1) Decker et Pschorr, *Ber. dtsch. chem. Ges.*, 37, 1904, p. 3403.

(2) Tiffeneau, *Bull. Soc. chim.*, 4e série, 9, 1911, p. 928.

(3) P. Carré et D. Libermann, *Bull. Soc. chim.*, 4e série, 53, 1933, p. 1060.

(4) Slotta et Lauersen, *J. f. prakt. Chem.*, 139, 1934, p. 220.

on obtient le chlorure correspondant avec un excellent rendement, alors que, dans les mêmes conditions, l'alcool orthonitrobenzylique ne donne pas de chlorure d'orthonitrobenzyle; ils attribuent cette différence à la présence, dans le premier cas, d'un groupe OCH^3 en para par rapport au groupement alcool.

Nous nous sommes demandé si l'alcool vératrylique, qui possède aussi un groupe OCH^3 en para par rapport au groupement alcool, ne serait pas transformé en chlorure de vératryle avec un bon rendement par l'action de l'acide chorhydrique concentré.

Lorsqu'on traite l'alcool vératrylique par l'acide chlorhydrique concentré, dans les conditions indiquées par Slotta et Lauersen, on obtient peu de chlorure de vératryle; il se forme principalement le tétraméthoxy-2.3.6.7-dihydro-9.10-anthracène $(CH^3O)^2C^6H^2\langle{CH^2 \atop CH^2}\rangle C^6H^2(OCH^3)^2$, fusible à 237°, déjà obtenu par Robinson ([1]) en condensant le vératrol avec l'aldéhyde formique par l'acide sulfurique à 70 pour 100; ce tétraméthoxydihydroanthracène est oxydé dans la tétraméthoxy-2.3.6.7-anthraquinone de Vanzetti et Oliveri ([2]).

Nous avons aussi essayé de préparer le chlorure de vératryle par chlorométhylation du vératrol au moyen de l'aldéhyde formique et de l'acide chlorhydrique en présence du chlorure de zinc. Cette réaction fournit encore principalement le tétraméthoxy-2.3.6.7-dihydro-9.10-anthracène, avec production intermédiaire de tétraméthoxy-3.4.3'.4'-diphénylméthane, fusible vers 70°. Lorsque la réaction est effectuée vers — 10° on peut isoler une faible quantité de chlorure de vératryle.

De plus, le chlorure de vératryle, qui n'est pas altéré par le gaz chlorhydrique sec, à froid, se transforme rapidement en tétraméthoxydihydroanthracène quand on l'agite avec l'acide chlorhydrique concentré, à la température ordinaire, ce qui paraît indiquer que le dérivé anthracénique se forme par condensation déshydratante de l'alcool vératrylique. Decker et Pschorr (*loc. cit.*) ont en effet montré que le chlorure de vératryle est très facilement hydrolysé par l'eau pour régénérer l'alcool vératrylique.

Des résultats analogues ont été obtenus avec l'alcool pipéronylique; celui-ci, agité avec l'acide chlorhydrique concentré, fournit un mélange de chlorure de pipéronyle et de diméthylènetétraoxy-2.3.6.7-dihydro-9.10-

---

([1]) Robinson, *J. Chem. Soc.*, **107**, 1915, p. 267.

([2]) Vanzetti et Oliveri, *Gazz. Chim. ital.*, **60**, 1931, p. 620.

anthracène, déjà décrit par Ewins (1); il se forme ici une proportion de chlorure supérieure à celle formée dans le cas de l'alcool vératrylique. Le chlorure de pipéronyle se transforme aussi en diméthylènetétraoxy-dihydroanthracène quand on l'agite avec l'acide chlorhydrique concentré, mais beaucoup plus lentement que ne se transforme le chlorure de vératryle.

Les faits qui précèdent montrent la grande facilité de formation du noyau dihydroanthracénique à partir des composés benzéniques contenant deux groupes OCH^3 en position 3.4. Ils sont en accord avec la constitution dihydroanthracénique attribuée au diisoeugénol par Haworth et Mavin (2).

CHIMIE ORGANIQUE. — *Migration du radical phosphorique au cours de l'hydrolyse du diester méthyl-β-glycérophosphorique. Passage des β aux α-glycérophosphates.* Note de MM. **Octave Bailly** et **Jacques Gaumé**, présentée par M. Gabriel Bertrand.

Nous avons récemment montré (3) que l'hydrolyse alcaline ménagée du diester mixte méthyl-α-glycérophosphorique s'accompagne de la migration partielle du radical phosphorique de la position α à la position β, de sorte qu'au lieu de conduire *normalement* à l'obtention du seul monoester α glycérophosphorique elle aboutit, *irrégulièrement*, à celle d'un mélange de ce monoester et de son isomère β, réalisant ainsi le passage des α aux β glycérophosphates.

Le fait que cette transposition n'est pas intégrale, mais qu'elle a lieu dans la proportion des deux tiers environ, nous a donné à penser qu'une migration semblable, s'effectuant en sens contraire, devait accompagner l'hydrolyse du diester mixte méthyl-β-glycérophosphorique, réalisant le passage inverse des β aux α glycérophosphates :

$$\underset{CH^2.OH-CH-CH^2.OH}{O{=}P\begin{cases}O.Na\\O.CH^3\\O-\end{cases}} + Na.OH = CH^3.OH + \underset{CH^2-CH.OH-CH^2.OH}{O{=}P\begin{cases}O.Na\\O.Na\\O-\end{cases}}$$

L'expérience a confirmé cette prévision et l'étude de la transposition envisagée s'est trouvée grandement facilitée du fait que, plus heureux dans

(1) Ewins, *J. Chem. Soc.*, 95, 1909, p. 1486.
(2) Haworth et Mavin, *J. Chem. Soc.*, 1931, p. 1363.
(3) *Comptes rendus*, 198, 1934, p. 2258.

ce cas que dans celui de la migration de sens contraire, nous avons pû isoler le diester méthyl-β-glycérophosphorique à l'état de sel de calcium cristallisé, alors que nous avions dû, faute de mieux, effectuer l'étude de l'hydrolyse du diester isomérique méthyl-α-glycérophosphorique à partir d'une liqueur réactionnelle de composition complexe.

La préparation du méthyl-β-glycérophosphate de calcium a été réalisée par action du sulfate de méthyle sur le β-glycérophosphate de sodium en solution aqueuse concentrée et froide, évaporation au bain-marie de la liqueur de réaction exactement neutralisée en présence de phénolphtaléïne, reprise du résidu obtenu par l'alcool fort, addition de $CaCl^2$ à la solution alcoolique résultante, filtration pour séparer un important précipité de NaCl et abandon du filtrat pendant plusieurs jours au frigorifique. Une seule purification des cristaux de premier jet obtenus dans ces conditions nous a conduits à l'obtention d'un sel pur, anhydre, très soluble dans l'eau, insoluble dans les autres solvants habituels des laboratoires et fondant instantanément au bloc Maquenne, vers 255°, en se décomposant.

L'hydrolyse du diester méthyl-β-glycérophosphorique a été effectuée dans les mêmes conditions que celle du diester isomérique α, c'est-à-dire en solution aqueuse diluée, à la température du bain-marie bouillant, à l'état de sel de sodium et au moyen d'une proportion équimoléculaire de soude. Après nous être assurés de la complète transformation du diester en monoesters, nous avons isolé ces derniers à l'état de sel global de baryum, dans lequel la méthode de dosage des α glycérophosphates de P. Fleury et R. Paris ([1]) nous a permis de déceler immédiatement la présence d'un tiers, environ, d'α glycérophosphate de baryum.

Nous ne nous sommes pas, d'ailleurs, tenus à cette seule preuve analytique de la migration étudiée et nous avons isolé à l'état d'α glycérophosphate de sodium cristallisé, rigoureusement identique au sel récemment décrit par Charpentier et Bocquet ([2]), le monoester α glycérophosphorique engendré au cours de l'hydrolyse du diester méthyl-β-glycérophosphorique et témoin irréfutable de cette migration. Cette opération a été réalisée au moyen d'une technique voisine de celle utilisée par P. Karrer et H. Salomon ([3]) pour séparer l'acide α glycérophosphorique des glycérophosphates globaux provenant de l'hydrolyse des lécithines et elle sera décrite dans un autre recueil.

([1]) *Comptes rendus*, 196, 1933, p. 1416.
([2]) *Comptes rendus*, 194, 1932, p. 104.
([3]) *Helv. Ch. Acta*, 9, 1926, p. 6.

Nous ajouterons, enfin, que la même migration du radical phosphorique de β en α accompagne, également, l'hydrolyse *acide* ménagée du diester méthyl-β-glycérophosphorique et qu'elle est même beaucoup plus marquée dans ce cas, puisqu'elle s'effectue, alors, dans la mesure des deux tiers environ, engendrant, cette fois, une proportion prépondérante de monoester α.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Condensations cétoliques de l'éther acétylacétique avec la formaldéhyde.* Note de MM. **Henry Gault** et **Jean Burkhard**, transmise par M. Delépine.

Les recherches effectuées par l'un de nous avec la collaboration de MM. L. Germann [1] et A. Roesch [2] nous ont amenés à étudier la fixation des aldéhydes acycliques sar les atomes de carbone compris entre les groupes carboxyle et carbonyle des éthers β-cétoniques. Nous exposons dans ce qui suit les résultats obtenus en condensant la *formaldéhyde* avec l'*éther acétylacétique*.

Cette condensation, qui a fait l'objet de très nombreux travaux antérieurs, a toujours donné naissance à des composés bimoléculaire (éther méthylène-acétylacétique) et trimoléculaire (éther méthylène-*bis*-acétylacétique), résultant de l'élimination de 1^{mol} d'eau entre l'oxygène aldéhydique et les atomes d'hydrogène médians de l'éther acétylacétique.

Nous avons pu isoler, au contraire, l'un des termes correspondant à l'addition directe de la formaldéhyde à l'éther acétylacétique (I), stade intermédiaire de la formation des produits de condensation déjà connus, ainsi qu'un certain nombre de ses produits de transformation et de condensation secondaire avec la formaldéhyde (II) et (III) :

$$\begin{array}{c} CH^2OH \\ | \\ CH^3-CO-C-COOC^2H^5 \\ | \\ CH^2OH \\ \\ (I). \end{array} \qquad \begin{array}{c} CH^3-CO-CH-COOC^2H^5 \\ | \\ CH^2 \\ | \\ CH^3-CO-C-COOC^2H^5 \\ | \\ CH^2OH \\ \\ (II). \end{array} \qquad \begin{array}{c} CH^2OH \\ | \\ CH^3-CO-C-COOC^2H^5 \\ | \\ CH^2 \\ | \\ CH^3-CO-C-COOC^2H^5 \\ | \\ CH^2OH \\ \\ (III). \end{array}$$

---

(1) *Comptes rendus*, **197**, 1933, p. 620.
(2) *Comptes rendus*, **199**, 1934, p. 613.

Nous donnons, dans la présente Note, quelques brèves indications sur l'obtention et les propriétés de ces composés.

I. *Éther αα-diméthylol-acétylacétique* $C^8H^{14}O^5$ (I). — Cet éther résulte de la condensation de 2^{mol} de formaldéhyde avec 1^{mol} d'éther acétylacétique en présence de carbonate de potassium.

Mode opératoire. — On verse 130^g d'éther acétylacétique, par petites portions d'environ 5$^{cm^3}$ dans un mélange de 220$^{cm^3}$, de formol à 30 pour 100 (soit 10 pour 100 d'excès) et de 2^g de carbonate de potassium, refroidi dans un mélange réfrigérant, de manière que la température ne dépasse jamais + 8°. On suit la condensation au perchlorure de fer; la réaction colorée est, après une heure environ, complètement négative. Le mélange, *homogène*, est saturé ensuite par du sulfate d'ammonium; il se sépare une huile qu'on extrait à l'éther en maintenant la température à — 10°. La solution éthérée est séchée successivement sur du sulfate de magnésium, puis sur de l'anhydride phosphorique, à une température comprise entre — 10° et — 15°. Après décantation de la solution éthérée, on précipite l'éther diméthylol-acétylacétique à l'état huileux par l'éther de pétrole. On le sèche ensuite dans le vide sulfurique jusqu'à constance de poids.

Propriétés. — L'éther diméthylol-acétylacétique est une huile incolore, visqueuse, soluble dans l'alcool, l'éther, le benzène, l'acide acétique et dans une solution aqueuse de formaldéhyde. Insoluble dans l'éther de pétrole et dans l'eau, il dissout lui-même jusqu'à 82 pour 100 d'eau en volume. Sa solution alcoolique n'est pas colorée par le perchlorure de fer. Anhydre, il est stable à température ordinaire. Chauffé au-dessus de 50°, il se transforme en un mélange des deux formes isomériques de l'éther monométhylol-méthylène-bisacétylacétique (voir ci-après). Il donne avec le chlorure d'acétyle un diacétate (E_{14} : 174°) dont la solution alcoolique n'est pas colorée par le perchlorure de fer. Avec l'ammoniac, on obtient une cétimine (F : 185°).

II. *Éther monométhylol-méthylène-bisacétylacétique :* $C^{14}H^{22}O^7$ (II). — Cet éther résulte de la condensation de l'éther diméthylol-acétylacétique avec l'éther acétylacétique en présence d'une solution aqueuse de carbonate de potassium.

On peut aussi l'obtenir directement à partir de l'éther acétylacétique en ajoutant, après addition d'une première molécule d'éther acétylacétique au formol (formation d'éther diméthylol-acétylacétique), une deuxième molécule de cet éther.

L'éther monométhylol-méthylène-bisacétylacétique existe sous deux formes isomériques : la première acyclique, huile visqueuse, insoluble dans l'eau, soluble dans l'alcool, l'autre cyclique et solide sur laquelle nous reviendrons dans une Note ultérieure.

III. *Éther diméthylol-méthylène-bisacétylacétique :* $C^{15}H^{24}O^8$ (III). — Cet

éther résulte de la condensation de deux molécules d'éther acétylacétique avec trois molécules de formaldéhyde en présence de carbonate de potassium.

On verse par fractions, de façon que la température se maintienne entre 28° et 30°, 310$^{cm^3}$ de formol à 30 pour 100 dans 260^g d'éther acétylacétique, mélangé à une solution de 20^g de carbonate de potassium dans 15$^{cm^3}$ d'eau et de 10$^{cm^3}$ d'alcool. On agite pendant 12 heures et essore le produit solide formé que l'on recristallise ensuite dans un mélange d'éther et d'éther de pétrole (R^t 90 %).

L'éther diméthylol-méthylène-bisacétylacétique solide fond à 100°; il est soluble dans l'alcool, l'éther, l'acide acétique et insoluble dans l'eau et l'éther de pétrole. Sa solution alcoolique n'est pas colorée par le perchlorure de fer. Malgré que l'on puisse prévoir l'existence d'au moins deux formes isomériques, nous n'avons pu obtenir, jusqu'à présent, qu'une seule forme.

On peut aussi obtenir cet éther en faisant réagir directement deux molécules de formaldéhyde sur une molécule d'éther méthylène-bisacétylacétique fraîchement préparé, mais les rendements atteignent ici à peine 30 pour 100.

PALÉOBIOLOGIE. — *Présence de pollen de Conifère (Abiétinée) dans un silex de la craie. Les pluies de pollen à l'époque crétacée.* Note [1] de M. **Georges Deflandre**, présentée par M. M. Caullery.

On sait que l'exine de certains grains de pollen présente une résistance extraordinaire aux agents destructeurs. Cette propriété a permis, en particulier, le développement des analyses polliniques dans les tourbes quaternaires. En dehors de ces tourbes, où la présence des pollens s'explique aisément, on n'a signalé encore des pollens que dans des roches d'origine terrestre, où leur présence était non moins facilement compréhensible : magmas silicifiés du terrain houiller (pollen de *Cordaites*), débris végétaux silicifiés du Tertiaire de Hongrie (pollen de *Pinus*). Les auteurs qui ont signalé ces pollens les indiquent comme *silicifiés*. Nous doutons de cette assertion. La découverte que nous avons faite, dans un silex crétacé, de grains de pollen de Conifère (Abiétinée), conservés à l'état de matière organique, c'est-à-dire *non silicifiés*, nous rend enclin à penser que les pollens conservés en milieu siliceux, y sont également restés à l'état de

---

(1) Séance du 15 octobre 1934.

matière organique. Certaines photographies publiées à ce sujet viennent à l'appui de notre manière de voir : les grains de pollen y apparaissent avec un relief et une netteté que ne saurait présenter un objet siliceux noyé dans une masse de même composition.

Dans notre silex (un galet provenant d'alluvions quaternaires de la vallée de la Seine), le pollen s'est incontestablement conservé à l'état de matière organique. Nous n'en possédons encore qu'un grain entier et quelques débris [1], dont certains d'identification peu sûre. Mais l'état de conservation du grain entier est tel que le moindre doute ne peut être conservé à son sujet : non seulement la forme générale est identique à celle d'un grain de pollen *frais*, *vivant*, mais l'ornementation de l'exine s'observe avec une facilité égale à celle offerte par la meilleure préparation colorée d'un pollen récent. A vrai dire, nous ne sommes plus, personnellement, étonné par cette magnifique conservation : les études que nous avons poursuivies ces derniers temps sur les microfossiles des silex, et sur lesquelles nous reviendrons prochainement, nous ont mis en présence de cas de conservation tout aussi remarquables.

Malheureusement, l'identification spécifique et même générique d'un pollen d'âge crétacé n'est pas possible dans l'état actuel de nos connaissances. La présence des deux ballonnets latéraux est uniquement caractéristique des Abiétinées. Leur disposition, la forme de la partie centrale et surtout les dimensions du grain (long. 57^{μ}), permettent seulement de le rapprocher plus volontiers d'un *Pinus*, plutôt que des autres genres, tels qu'*Abies* ou *Picea*, dont le pollen est de taille supérieure.

Il reste à expliquer maintenant la présence de pollen de Conifère *dans une roche sédimentaire marine*, et qui plus est, dans une roche où les matériaux d'origine terrestre sont très rares, ainsi que l'a montré L. Cayeux depuis longtemps. Mais ceci ne nous semble présenter aucune difficulté. Il faut bien se rendre compte, cependant, qu'il a fallu, pour que quelques grains de pollen puissent être retrouvés aujourd'hui dans un silex, que des quantités prodigieuses aient été déversées sur la mer, à l'époque où se formaient les sédiments dans lesquels ce silex a pris naissance. A l'époque actuelle, on sait que des pluies de pollen (de pollen de Pin maritime par exemple) peuvent avoir lieu à la suite de circonstances

---

(1) Depuis la remise de cette Note, nous avons retrouvé un grain de pollen d'abiétinée dans un silex aptien de Provence, qui a été procuré par Mlle Pfender.

météorologiques particulières. Le grand développement des Conifères à l'époque crétacée permet donc d'imaginer ce qu'ont pu être alors ces pluies de pollen, dont les nuages ont été facilement transportés en mer à des distances relativement considérables, et en tout cas très supérieures à la zone néritique de dépôt des matériaux terrigènes.

L'absence totale actuelle de documentation sur la fréquence des pollens dans les silex ne permet guère de tirer d'autres conclusions. Il semble bien, cependant, que nous aurions là une preuve de plus, à la fois du peu de profondeur relative de la mer crétacée et, en même temps, de la rapidité de la formation des silex (¹), deux notions qui sont d'ailleurs en parfait accord avec les vues de L. Cayeux.

PHYSIOLOGIE VÉGÉTALE. — *Sur une condition de l'accumulation des cellules tannifères dans le bois de châtaignier.* Note de M. **Maurice Quendiac**, présentée par M. M. Molliard.

L'accumulation des substances tanniques dans le cœur du Châtaignier (²) d'une part, l'abondance des cellules à tannin dans le bois des branches peu actives d'autre part, permettent d'envisager l'hypothèse d'une relation entre l'accumulation des tannins et la circulation de la sève.

J'ai essayé de voir si, en arrêtant ou au moins en ralentissant la circulation de la sève dans certaines parties d'une branche, on pouvait provoquer des phénomènes analogues à ceux qu'on observe dans le cœur du Châtaignier.

A cet effet j'ai effectué, près de la base de la branche des entailles perpendiculaires à l'axe et atteignant environ le centre de façon qu'elles intéressent à la fois l'aubier et le cœur. Les branches ont été choisies relativement jeunes (12 à 15 ans) de façon à présenter une large zone d'aubier. Les entailles ont été faites à la fin de l'hiver (9 mars 1933), la reprise de la végétation n'étant pas encore effectuée. Le coin enlevé à la scie a été recueilli et conservé dans le bichromate de potassium en solution à 5 pour 100. Son étude a permis de connaître exactement la répartition tannifère dans la branche considérée au moment de la mise en expérience.

(¹) Les grains de pollen présentent, en effet, une résistance très grande aux agents de destruction chimiques ou bactériens, mais non aux agents physiques (frottement, érosion, par exemple).

(²) Maurice Quendiac, *Comptes rendus*, 197, 1933, p. 937.

Les branches entaillées ont été ensuite coupées à des intervalles d'environ un mois (5 avril, 26 avril, 29 mai, 27 juin, 26 juillet, 26 août). Des prélèvements ont été effectués à divers niveaux de la branche et à la hauteur de l'entaille et traités ensuite pendant 8 à 10 mois par le bichromate de potassium à 5 pour 100.

Dès le 5 avril quelques modifications sont constatées dans la répartition des substances tanniques. Elles sont strictement localisées du côté où l'entaille a été faite, c'est-à-dire dans la région où la sève a été arrêtée dans son ascension. Elles consistent surtout dans une augmentation du nombre des cellules tannifères dans le parenchyme ligneux de l'aubier. Toutefois ce phénomène n'est constaté qu'au delà de l'entaille et dans son voisinage immédiat.

Dans la branche où l'expérience fut arrêtée le 26 avril (date correspondant au début de l'épanouissement des bourgeons) l'accumulation des cellules à tannin est très nette dans la même région de l'aubier. De plus, entre l'entaille et le tronc de l'arbre, il y a une légère augmentation du nombre des cellules tannifères.

A partir du mois de mai, il y a de profonds changements dans la répartition des substances tanniques. Ces changements encore localisés au printemps dans les environs de l'entaille s'étendront vers l'extrémité de la branche au cours de l'été.

Dès le 29 mai, les modifications dans la répartition des tannins s'observent avec la même importance dans les parties de la branche précédant et suivant l'entaille. L'aubier est maintenant divisé en deux régions bien différentes; l'une a conservé les caractères normaux, c'est-à-dire ceux que l'on observe dans l'examen du coin enlevé lors de la mise en expérience, l'autre au contraire présente une accumulation très intense des cellules tannifères dans le parenchyme ligneux. On y rencontre même des vaisseaux contenant des composés tanniques. Cette région présente donc tous les caractères de la zone de transition séparant normalement l'aubier du cœur. Ces modifications ne se manifestent pas sur la couche d'aubier en cours de formation qui conserve ses caractères normaux sur toute la circonférence.

Les deux régions d'aubier dont les caractères sont si différents présentent une ligne de démarcation bien nette correspondant à peu près à la projection du fond de l'entaille sur les zones considérées.

Les entailles qui ont opposé un obstacle à la circulation de la sève ont donc amené dans la répartition des substances tanniques des modifications importantes. Il est à remarquer que ces modifications ont provoqué au cours

d'une période végétative la formation d'un tissu tannifère analogue à celui qui se forme chaque année dans la zone limite de l'aubier et du cœur. Il apparaît donc que cette zone de transition qui précède l'imprégnation de tous les éléments ligneux est bien déterminée par l'arrêt de la circulation de la sève et correspond à la couche la plus externe du cœur.

TECHNOLOGIE AGRICOLE. — *Sur les équilibres calcophosphoriques réalisés dans les fromages.* Note de MM. **Gustave Guittonneau** et **René Chevalier**, présentée par M. Gabriel Bertrand.

La constitution minérale des fromages est conditionnée, lors de leur fabrication, par la répartition des éléments du lait entre le caillé et le lactosérum que celui-ci laisse exsuder (synérèse).

Suivant que la synérèse reste ou non indépendante d'une fermentation lactique nettement accusée, on conçoit, en particulier, que le calcium et le phosphore doivent passer dans le lactosérum en proportions différentes.

Nous avons vérifié que les deux types de synérèses ainsi définis tendent, en effet, à établir dans les caillés de fromagerie deux types d'équilibres calcophosphoriques assez nettement définis et nous avons expérimentalement fixé la valeur du rapport Ca/P qui caractérise chacun d'eux. Une étude ultérieure nous a en outre montré que le rapport Ca/P réalisé dans les fromages se rapproche toujours soit de l'une, soit de l'autre des valeurs que nous avons déterminées.

1. *Synérèse sans fermentation lactique appréciable.* — $14^{l},270$ de lait [acidité $1^{g},57$ [1] — pH = 6,65] sont caillés par addition de $6^{cm^3},5$ de présure (force coagulante 2500) à la température de + 34°. La synérèse est accélérée par division du caillé, agitation convenablement réglée avec élévation progressive de la température jusqu'au voisinage de + 60°, puis par pressage. On sépare tout d'abord $12^{l},300$ de sérum dont l'acidité est de $0^{g},99$ et le pH de 6,37. Le pressage donne ensuite en 3 heures 50 : 135^{cm^3} de lactosérum dont l'acidité est $1^{g},08$ et le pH 6,36. Ni dans l'une ni dans l'autre de ces deux portions, on ne trouve la trace d'une fermentation lactique nettement accusée.

Dans cette étude comme dans toutes celles qui font l'objet de cette Note,

---

(1) Toutes les acidités déterminées en présence de phénolphtaléine comme indicateur sont exprimées en grammes d'acide lactique par litre.

le phosphore a été dosé par la méthode de Posternak [1], et le calcium à l'état d'oxalate, après minéralisation des produits par attaque nitroperchlorique [2].

Le bilan des répartitions cherchées s'établit comme il suit :

	Dans le lait emprésuré.	Dans le lactosérum.	Restant dans le caillé. Au total.	Restant dans le caillé. Pour 100 de l'apport par le lait.
Ca	15g,988	4g,981	11g,007	68,86
P	12g,804	5g,531	7g,267	56,76

Ces chiffres permettent de calculer qu'avec un rendement industriel normal de 9,4 de fromages frais pour 100 de lait emprésuré, le rapport (richesse pour 100 du fromage), (richesse pour 100 du lait) est égal : pour le Ca à 7,3 et pour le P à 6,5.

Ils assignent enfin au rapport Ca/P la valeur 1,51 (pour le lait Ca/P = 1,35).

2. *Synérèse avec fermentation lactique se développant librement.* — 6l,600 de lait (acidité 3g,78 pH = 5,43) sont caillés par 4cm³ de présure (force coagulante 2500) à + 33°. Le caillé réparti entre deux moules perforés est abandonné à l'égouttage spontané à + 25°. Le sérum recueilli accuse au début de l'égouttage une acidité de 3g,73, son pH étant de 5,07. A la fin de l'égouttage (après 23 heures), l'acidité du sérum est de 6g,75 et son pH de 4,23. La fermentation lactique a nettement manifesté ici son activité. La répartition du phosphore et du calcium s'effectue comme il suit :

	Dans le lait emprésuré.	Dans la totalité du sérum.	Restant dans le caillé. Au total.	Restant dans le caillé. Pour 100 de l'apport par le lait.
Ca	7g,986	7g,045	0g,941	11,79
P	5g,999	3g,803	2g,196	36,61

Le calcul montre que, pour un rendement normal de 14,5 de fromage frais pour 100 de lait, le rapport (richesse pour 100 du fromage/richesse pour 100 du lait) est égal : pour le Ca à 0,86 pour le P à 2,75. Les fromages sont donc plus pauvres en Ca que le lait et moins riches en P que dans le cas précédent. D'autre part, le rapport Ca/P a pour valeur 0,43 (lait 1,37).

(1) *Bulletin Société chimique*, 4, 1920, p. 507 et 564.
(2) *Journal de Pharmacie et de Chimie*, 5, 1927, p. 331.

3. *Étude analytique de quelques fromages de divers types.* — Nos études analytiques se résument dans le tableau ci-dessous où figurent les moyennes des résultats concordants des analyses de trois fromages de chaque type, achetés au hasard sur le marché parisien :

	Dans l'extrait sec dégraissé (en pour 100).		
	Ca.	P.	Ca/P.
Fromages pressés.			
Port-Salut	2,13	1,57	1,35
Cantal	2,34	1,60	1,46
Comté	2,70	1,81	1,49
Fromages à égouttage spontané.			
Fromage « à la pie »	0,62	0,99	0,62
Camembert	0,49	0,85	0,57
Brie	0,44	0,85	0,51

Ce tableau fait apparaître la différence des richesses en Ca et en P régulièrement relevée entre les fromages dits pressés et ceux qui sont obtenus par égouttage spontané. Il montre en outre la constance relative du rapport Ca/P dans chacune des catégories envisagées.

AGRONOMIE. — *Fixation, par les plantes, du radium mis à leur disposition dans le sol.* Note de MM. **Adolphe Lepape** et **René Trannoy**, présentée par M. L. Blaringhem.

1. Nous avons établi (¹) que la simple addition de doses modérées de radium au sol n'exerce, pratiquement, aucune influence sur les plantes qu'on y cultive. Une dose de radium égale à mille fois la teneur normale du sol s'est révélée légèrement nocive pour les plantes étudiées. Il était intéressant de rechercher si cette indifférence physiologique des plantes au radium s'accompagne ou non de la fixation de ce radioélément (présent dans le sol sous forme de composés insolubles dans l'eau) dans leurs tissus. Nous avons donc effectué le dosage du radium dans les cendres globales d'un certain nombre des plantes récoltées sur les parcelles de terrain (sols naturels et sols artificiellement enrichis en radium) définis dans notre

(¹) A. Lepape et R. Trannoy, *Comptes rendus*, **199**, 1934, p. 316.

Note précédente. Quelques-uns des résultats obtenus sont réunis dans le tableau suivant (le cas échéant, le radium dû à la terre entraînée par la plante récoltée a été déduit; les nombres en italiques représentent des résultats douteux) :

	Radium (en 10^{-12} gr)				
Terrains.	par gr. de terre fine du sol.	par gr. de cendres blanches.	par kilogr. de récolte sèche.	enlevé par la récolte sur 1m².	$\frac{\text{Ra enlevé par m}^2}{\text{Ra par gr de terre}}$
***Orge*, 1930 (partie aérienne, fauchaison normale).**					
K témoin	1	4,6	282	221	221
K 10	14	30,25	2453	1512	108
K 100	158	241,9	19324	11903	75,3
***Orge*, 1931 (partie aérienne, fauchaison normale).**					
C témoin	0,5	2,9	162	115	330
C témoin	0,5	1,7	97,5	55,5	111
C 10	8,5	7,1	403,9	310,5	36,5
C 100	*45,0*	77,7	3841,0	1858,0	41,3
***Blé*, 1933 (partie aérienne, fauchaison à 5cm).**					
C témoin	0,5	0,55	33,5	28	56
C 10	8,5	6,6	404,5	307,4	36,1
C 100	*45,0*	54,1	4083,0	3489,0	77,5
***Maïs*, 1932 (partie aérienne, fauchaison à 8cm).**					
V témoin	1,0	3,9	66,0	165,9	165,9
V 10	*6,6*	5,6	87,5	205,6	30,9
V 100	132,0	20,2	346,0	836,0	6,3
V 1000	1350,0	195,0	3148,0	7022,0	5,2
***Navets*, 1931 (plantes entières).**					
C témoin	0,5	0,32	63,6	7,84	15,7
C 10	8,5	5,6	947,0	101,6	11,9
C 100	*45,0*	56,3	14377,0	791,0	17,6
***Orties*, 1927 (partie aérienne, fauchaison normale).**					
O sol naturel	0,67	0,63	67,0	12,2	19,3
***Carottes*, 1927 (plantes entières).**					
N sol naturel	0,79	2,0	145,2	108	136,6

2. Nous avons également étudié, mais seulement pour le maïs cultivé

à Versailles en 1932, la répartition du radium entre les divers organes de la plante (fruits non complètement mûrs). Voici les résultats de nos mesures :

Maïs.

Terrain de Versailles 1932.	Radium (en 10^{-12} gr) par gramme de cendres blanches.			Radium (en 10^{-12} gr) par kilogramme de récolte sèche.		
	Feuilles.	Tiges.	Fruits.	Feuilles.	Tiges.	Fruits.
V témoin..	6,96	3,54	0,71	445	118,4	7,5
V 10......	9,54	4,8	0,98	–	174	11,2
V 100.....	25,9	22,2	5,6	2873	891	75,6
V 1000....	291	174	41,4	32028	5564	424

3. *Conclusions.* — 1° Le radium présent dans le sol est assimilé par les plantes, et celles-ci en fixent dans leurs tissus une quantité d'autant plus élevée que le sol est lui-même plus radioactif. 2° Toutefois, lorsque la richesse du sol en radium augmente, le rapport *Ra cendres/Ra sol* diminue généralement. 3° Il en est de même pour le rapport entre la masse de radium enlevée par une récolte et la masse de radium contenue dans la terre correspondante. La récolte qui a fourni pour ce rapport la valeur la plus élevée, soit 330 (orge 1931, parcelle C témoin), n'a enlevé que le 1/1000e environ du radium contenu dans le sol. Pour les parcelles à doses 1000 de Versailles, la fraction du radium du sol enlevée par les récoltes étudiées n'est que 1/10000e chaque année. L'extraction du radium du sol opérée par les plantes ne paraît donc susceptible d'aucun intérêt industriel. 4° Au point de vue de leur teneur en radium, les organes de l'unique plante étudiée (maïs) se classent nettement dans l'ordre décroissant : feuilles, tiges, fruits. Il est cependant probable que la migration du radium dans le grain n'était pas achevée au moment de la récolte. 5° Les plantes utilisées pour la nourriture de l'homme et des animaux introduisent progressivement du radium dans l'économie. Pour les sols naturellement riches en radioéléments, il y aurait donc lieu de rechercher si les quantités de ceux-ci apportés aux cellules vivantes par les aliments végétaux n'y produiraient pas, à plus ou moins brève échéance, des effets nocifs.

ENTOMOLOGIE. — *Sur la présence d'un spermatophore chez certains Insectes Orthoptères de la famille des Phasmides.* Note de M. **Lucien Chopard**, présentée par M. Ch. Gravier.

On sait que chez certains Orthoptères les spermatozoïdes se trouvent renfermés dans une formation spéciale que le mâle dépose à l'entrée des voies génitales de la femelle au moment de l'accouplement. Cette formation a reçu le nom de spermatophore et a été constatée depuis longtemps déjà dans les deux familles des *Gryllidæ* et des *Tettigoniidæ*, constituant le groupe des Ensifères; dans la seconde de ces familles, en particulier, le spermatophore est complexe et arrive à une taille relativement énorme. Beaucoup plus récemment, des formations analogues, mais bien plus réduites, ont été décelées chez les Acridiens (Boldyrev, Fedorov) et chez les Mantides (Przibram); on n'en a jamais signalé, par contre, ni chez les Blattes, ni chez les Phasmides.

En observant l'accouplement des Phyllies (*Phyllium bioculatum* Gray) élevées au Vivarium du Jardin des Plantes, j'ai constaté qu'il existe chez cette espèce un spermatophore très bien constitué. Ce spermatophore a la forme d'une petite sphère de couleur rose, de 2^{mm} de diamètre environ, terminée par un tube cylindrique servant de conduit évacuateur. L'ensemble est très comparable au spermatophore de certains Grillons, des Nemobius en particulier. Il s'agit donc d'un spermatophore simple, formé, suivant la nomenclature de Boldyrev, d'un flacon ou ampoule et du canal d'évacuation. Aussitôt après l'accouplement, qui dure plusieurs heures, on voit ce spermatophore fixé par la partie effilée dans les voies génitales de la femelle, l'ampoule sphérique faisant saillie sur le côté de l'oviscapte; il reste ainsi en place pendant un assez long temps, puis l'ampoule se flétrit et se dessèche après que son contenu a passé dans le réceptacle séminal. La femelle de Phyllie ne fait aucun effort pour se débarrasser des débris du spermatophore qu'on retrouve souvent desséchés et collés sur les téguments plusieurs jours après l'accouplement. Encore moins tente-t-elle les manœuvres de mastication qu'on observe souvent chez les Tettigoniides; il semble d'ailleurs que la forme même de son corps lui interdirait les mouvements nécessaires pour de telles manœuvres.

La présence d'un spermatophore chez les Phyllies permet seulement de supposer la généralité de l'existence de cette formation chez les Phasmides,

groupe d'Insectes nombreux, assez hétérogène, et comprenant presque uniquement des espèces de faune tropicale. Par suite leurs mœurs sont fort mal connues, l'accouplement n'a été observé que chez quelques formes qu'on a réussi à élever en captivité bien que, la parthénogénèse, si fréquente dans ce groupe d'Insectes, rende ces observations relativement encore plus rares.

PHYSIOLOGIE HORMONALE. — *La greffe* bréphoplastique *sous-cutanée de la thyroïde chez le Rat.* Note de M. **Raoul M. May**, présentée par M. F. Mesnil.

Nous appelons greffe *bréphoplastique* la transplantation *fonctionnelle* et *durable* de tissus d'embryons ou de nouveau-nés chez des animaux jeunes ou adultes (gr. βρέφος, embryon, fœtus, enfant nouveau-né, petit des animaux; πλάσσειν, former, modeler). Cet adjectif est forgé par analogie avec les termes *autoplastique*, etc., employés pour les différentes catégories de greffes. Le substantif correspondant est *bréphoplastie*.

J'ai observé (1) que le tissu cérébral de Raton nouveau-né, implanté dans l'œil d'un Rat adulte, survit et s'y adapte parfaitement de façon durable. J'ai démontré par la suite (2) que la thyroïde et la parathyroïde de Raton nouveau-né, implantées dans l'œil d'un jeune Rat, se développent comme elles l'auraient fait *in situ* et assument les fonctions des tissus semblables du porte-greffe si ceux-ci sont extirpés. Les porte-greffes éthyroïdés se sont développés comme les témoins non opérés, tandis que les Rats simplement éthyroïdés ont eu une croissance très incomplète.

La chambre antérieure de l'œil constitue un milieu particulièrement favorable pour les greffons, mais elle ne permet qu'un développement limité des organes implantés, donne lieu à une technique très délicate et ne saurait être utilisée chez l'Homme. C'est pourquoi nous avons voulu étendre la méthode des greffes bréphoplastiques à un site aussi facilement accessible et aussi généralement distribué que le tissu sous-cutané.

Opérant de façon aseptique, sous la loupe binoculaire, je prépare une loge avec un scalpel très fin, quelquefois sous la peau du flanc, mais

(1) *Arch. d'Anat. Microsc.*, 26, 1930, p. 433-445.

(2) *Comptes rendus*, 194, 1932, p. 1525-1527; *Arch. de Biol.*, 44, 1933, p. 149-178.

presque toujours sous la peau dorsale du pavillon de l'oreille, près d'une artériole, d'un Rat blanc ou pie, âgé de quatre à sept semaines. Je découvre un lobe de thyroïde d'un Raton blanc ou pie né le jour même. Je l'aspire, avec sa parathyroïde, dans une pipette de verre lavée à l'eau physiologique, puis j'introduis le lobe thyroïdien dans la loge préparée sous la peau. Cette opération a été faite sur plusieurs individus de mêmes sexe et âge. Après cinq à neuf jours, j'excise complètement la thyroïde et les parathyroïdes de ces Rats, ainsi que celles d'autres individus de mêmes sexe et âge, presque toujours de la même portée, en conservant des témoins. J'ai élevé ces Rats plusieurs mois. Mes expériences ont été faites sur huit portées ou groupes.

Le lobe thyroïdien qui, à la naissance, mesure environ 1^{mm} de diamètre et a une structure embryonnaire, est vascularisé après sa greffe, acquiert la structure histologique d'une thyroïde adulte, et grossit jusqu'à la taille d'un lobe de celle-ci (environ 3^{mm} en largeur et 4^{mm} en longueur).

Des pesées faites tous les mois ont montré que les porte-greffes éthyroïdés se sont développés comme les témoins non opérés, tandis que les Rats simplement éthyroïdés ont eu une croissance très incomplète, avec une forte mortalité.

	Groupe *d-f*. Rats blancs.				Portée *g*. Rats blancs ♀.				Portée *h*. Rats blancs ♀.			
Origine du greffon	Raton blanc.				Raton blanc.				Raton pie.			
Age au moment de la greffe	47 jours.				34 jours.				28 jours.			
Age au moment de la dernière pesée	200 jours.				252 jours.				202 jours.			
		Poids en grammes				Poids en grammes				Poids en grammes		
	Nos.	à l'éthyroïdectomie.	à la dernière pesée.	Augmentation.	Nos.	à l'éthyroïdectomie.	à la dernière pesée.	Augmentation.	Nos.	à l'éthyroïdectomie.	à la dernière pesée.	Augmentation
Porte-greffes éthyroïdés	3...	56,8	133,7	76,9	1...	58,8	187,5	128,7	1...	94,5	168,0	73,5
	5...	54,2	185,5	131,3	2...	62,1	155,0	92,9	2...	87,5	192,0	104,5
Éthyroïdés	1...	69,0	93,5	24,5	3...	65,1	108,0	42,9	3...	50,5	morts dans le moi[s] suivant l'héthyroïdectomie.	
	11...	87,3	113,5	26,2	11...	65,2	88,0	22,8	4...	71,5		
									11...	47,8		
Témoins	6...	43,2	154,5	111,3	5...	66,7	182,5	115,8	5...	80,0	184,5	104,5
	7...	66,7	162,5	95,8								

La greffe thyroïdienne sous-cutanée donne un pourcentage de reprises moindre que la greffe thyroïdienne intraoculaire où l'on obtient une reprise de presque tous les greffons.

D'autre part, dans une portée de 6 Rats *non éthyroïdés*, le greffon thyroïdien, après avoir pris, s'être vascularisé et différencié pendant le premier mois, s'est résorbé par la suite. Ainsi, alors que, dans la greffe intraoculaire, la thyroïde et la parathyroïde de nouveau-né atteignent leur structure histologique adulte, même quand le porte-greffe n'est pas éthyroïdé, la présence de la thyroïde normale semble inhiber celle de l'organe surnuméraire implanté sous la peau.

Il ressort du présent travail que la thyroïde et la parathyroïde de Raton nouveau-né, implantées sous la peau d'un jeune Rat *éthyroïdé peu après*, se vascularisent, se développent et se différencient histologiquement comme elles l'auraient fait chez l'animal auquel elles ont été empruntées, et assument les fonctions des tissus semblables qui manquent au porte-greffe.

Ces résultats nous paraissent susceptibles d'une application pratique chez l'Homme.

IMMUNOLOGIE. — *Immunité naturelle du Hérisson vis-à-vis du venin d'Abeilles.* Note de Mme **Marie Phisalix**, présentée par M. Ch. Gravier.

L'action vaccinante réciproque des venins d'Abeilles et de Vipère aspic, leur action physiologique de même ordre, portant sur le tissu nerveux, les cellules conjonctives et les globules rouges, m'ont engagée à rechercher si les animaux, tels le Hérisson, qui sont doués d'immunité naturelle vis-à-vis du venin de Vipère, la possèdent également vis-à-vis du venin d'Abeilles.

La chose est d'autant plus vraisemblable que le Hérisson, invectivore par sa dentition, se montre, comme le Crapaud, très friand d'Abeilles : introduit dans une cage où circulent quelques centaines d'Abeilles bourdonnantes, il entre dans une frénésie extraordinaire, éxécute des sauts verticaux, latéraux, se retourne bout pour bout, se contortionne avec une souplesse de rat, ne pouvant souffrir que les Abeilles frôlent ses piquants ou les poils qui bordent son manteau, les happe au passage ou sur les parois, les croque avec rapidité, et parvient à faire le vide autour de lui.

L'un de mes sujets d'expérience a ainsi dévoré à la file 150 abeilles pourvues de leur aiguillon, et en outre 190 autres désaiguillonnées. Si par hasard, tant il va vite, quelque sujet accroche son aiguillon à la langue ou aux parois buccales, il se comporte comme le Crapaud en semblable occu-

rence, multiplie les efforts de déglutition, sans jamais chercher à expulser l'Abeille accrochée.

Technique. — Les Abeilles que j'ai employées proviennent toutes d'une même ruche de l'École d'Apiculture de Charenton, ruche issue directement d'un essaim d'Abeilles sauvages capturées dans l'année en Auvergne.

Quant aux Hérissons sur lesquel le venin a été essayé, ils ont été soigneusement baignés et rincés dans une eau javellisée, puis dans l'eau bouillie, pour éviter toute action infectante surajoutée au niveau des piqûres ou de l'inoculation.

Le venin a été introduit sous la peau, soit par piqûres directes, soit sous forme de macération des appareils venimeux tout entiers dans l'eau salée à 7 pour 1000, stérilisée.

Dans les deux cas, il est bon d'anesthésier légèrement les sujets pour les rendre maniables; quelques bouffées de chloroforme ... à la Reine ... donnent de meilleurs résultats que tous les autres anesthésiques essayés. Le sujet est ensuite mis sur le dos, les pattes fixées à un plateau par des ligatures. Cette précaution est d'ailleurs superflue lorqu'il s'agit d'une simple inoculation.

Effets des piqûres directes : Hérisson n° 1. — Un sujet mâle, pesant 750^{g}, reçoit sous la peau rasée de l'aisselle les piqûres successives de 20 abeilles, qui laissent chacune dans la peau leur aiguillon, lequel continue jusqu'à épuisement de sa réserve à instiller le venin.

La dose reçue par l'animal correspond à environ 3^{mg} de venin (pesé sec), soit 4^{mg} par 1000^{g} de poids de hérisson.

Hérisson n° 2. — Une femelle pesant 1000^{g} reçoit successivement 12 piqûres sur le muscau, qui la font éternuer, 20 piqûres sous l'aisselle gauche, 20 autres sur le thorax et sous l'aisselle droite, en tout 52 piqûres en une seule séance, correspondant à 15^{mg},6 de venin pur.

Dans ces deux expériences, les sujets répondent à chaque piqûre par un petit tressaillement; mais au réveil ne manifestent aucun symptôme, aucune incommodité fonctionnelle, non plus que les jours suivants.

Effets de la macération des appareils venimeux. — Les aiguillons retirés, chacun avec sa vésicule et ses deux filaments glandulaires, par traction douce sur leur extrémité, sont plongés au fur et à mesure dans une petite quantité d'eau salée physiologique, et le tout abandonné au frais pendant une nuit. La masse est ensuite filtrée sur toile batiste, et exprimée : le filtrat est chauffé en pipette au bain-marie à 60° pendant 30 minutes. Dans ces conditions, le venin n'est pas modifié quant à sa toxicité; il est prêt a être inoculé.

Hérisson n° 3. — Cette grosse femelle, pesant 1000^{g}, reçoit sous la peau

d'une cuisse, 3^{cm^3} de filtrat, provenant de la macération de 100 aiguillons (équivalant à 30^{mg} de venin pesé sec).

Hérisson n° 4. — Un mâle pesant 670^{g}, reçoit en tout sous la peau des cuisses, 5^{cm^3} de filtrat correspondant à 120 abeilles, soit 36^{mg} de venin (soit 53^{mg} pour 1000^{g} de poids de l'animal).

Hérisson n° 5. — Ce sujet mâle, pesant 785^{g}, reçoit sous la peau des cuisses, 6^{cm^3} de filtrat provenant de la macération de 190 aiguillons ($56^{mg},4$), soit 72^{mg} de venin sec pour un poids de 1000^{g} d'animal.

Seul, ce dernier sujet manifeste un peu d'inappétence passagère, et rien d'autre. Aucun des trois ne porte même le museau à la région inoculée, et aucune action locale ne s'y produit le jour même et les jours suivants.

Ainsi le Hérisson paraît pratiquement insensible au venin d'Abeilles, et dans l'échelle de résistance des espèces à ce venin, se place au voisinage des Serpents.

En ce qui concerne sa résistance vis-à-vis du venin inoculé, elle est plus de deux fois supérieure à celle qu'il possède vis-à-vis du venin de Vipère, car 72^{mg} de venin d'Abeilles ne suffisent pas à tuer un sujet du poids de 1000^{g}, qui succomberait à 31^{mg} de venin de Vipère.

Mécanisme de l'immunité. — L'immunité du Hérisson s'exerce principalement vis-à-vis de la neurotoxine et des cytolysines du venin; mais non contre l'hémolysine de ce dernier, qui attaque directement et instantanément les hématies dans leur plasma. Sans doute, *in vivo*, cette action est-elle moins marquée, car le venin n'arrive dans la circulation que dilué, et en petite quantité relativement à la masse totale du sang.

Le sang (ou son sérum) neutralisent-ils physiologiquement la neurotoxine, dont l'action sur la respiration entraîne la mort par le venin d'Abeilles? Les Souris qui reçoivent sous la peau la dose mortelle de venin d'Abeilles additionnée de son volume de sérum de Hérisson (chauffé à 56° pendant 15 minutes pour en détruire la toxicité propre) présentent tous les symptômes de l'intoxication par le venin d'Abeilles, mais toutefois guérissent, alors que les témoins succombent dans les délais usuels. Cette action protectrice s'exerce vraisemblablement avec plus d'ampleur *in vivo*, dans une masse sanguine plus grande et d'apport sans cesse renouvelé.

L'immunité focale paraît être d'ordre purement cytologique.

La séance est levée à $15^{h}55^{m}$.

A. Lx.

ERRATA.

(Séance du 15 octobre 1934.)

Note de M. *Auguste Rousset*, Étude expérimentale de l'opalescence critique des mélanges binaires :

Page 718, ligne 9, *au lieu de* valeur 9, *lire* valeur 4.